

Loeng 7.
Algoritmid keerukus.

- Hea algoritm peab olema:
 - a) korrektne;
 - b) võimalikult optimaalne.
- **Keerukusteooriat** võib defineerida kui arvutiteaduse haru, mis tegeleb lõplike (lähteandmete ja lahenduse ning erinevate lahenduste arvu mõttes) ülesannete lahendamiseks vajalike (arvuti)ressursside analüüsimisega.
- **Algoritmi mahuline keerukus** (*ingl. k. space complexity*) käsitleb ülesande lahendamiseks vajaminevat mälu hulka.
- **Algoritmi ajaliseks keerukuseks** (*ingl. k. time complexity*) nimetatakse algoritmi täitmisaja sõltuvust sisendandmete pikkusest. Seejuures huvitab meid eelkõige halvim juht: aeg mille jooksul algoritm on oma töö kindlalt lõpetanud.
- Ajalist keerukust esitab funktsiooni $t = f(n)$, kus parameetrit n nimetatakse ülesande mõõduks. **Ülesande mõõt** (*ingl. k. size of the problem*) väljendab sisendandmete hulga suurust ehk pikkkust.
- Meid huvitab kõige rohkem **assümptootiline ajaline keerukus**: kuidas muutub funktsioon $f(n)$ argumendi n piiramatul kasvamisel. Selleks püütakse leida mõõdu n funktsiooni, millega täitmisaeg t on proportsionaalne. Seda funktsiooni nimetatakse **algoritmi järguks** (*ingl. k. order of algorithm*). Kui näiteks täitmisaeg on cn^2 , siis on algoritm n^2 -järku, kui cn^3 , siis n^3 -järku jne.

Näide 7.1. Leiame mullsortimise algoritmi järgu:

Mullsortimisel on võrdlusi:

1. läbimisel $n - 1$;

2. läbimisel $n - 2$;

3. läbimisel $n - 3$;

...

$n-1$. läbimisel 1.

Kokku on võrdlusi $1 + 2 + \dots + (n - 1) = n(n - 1) / 2 = n^2 / 2 - n / 2$.

Väikestel n -i väärtustel on olulised saadud avaldise kõik liikmed. Mõõdu n suurenemisel kasvab ruutliikme osatähtsus. Mõõdu n piiramatul kasvamisel muutub ruutliikme osatähtsus määravaks ja avaldise teiste liikmete arvestamisel pole enam mõtet. Seega on mullsortimise algoritm n^2 -järku.

- Algoritmi järgu näitamiseks kasutatakse **tähist $O(f(n))$** . Järk $O(f(n))$ tähendab, et algoritmi täitmisaeg ei kasva kiiremini kui funktsioon $f(n)$. Mida suurem on ülesande mõõt n , seda paremini $O(f(n))$ algoritmi iseloomustab.
- **Ülesande maksimaalmõõt** näitab sisendandmete hulga suurust ehk pikkust, mida algoritm on suuteline mingis ajaühikus töötleva.

Joonis 7.1. Maksimaalmõõdud eri keerukuste puhul.

Joonis 7.2. Maksimaalmõõdu muutumine arvuti kiiruse kasvades.