ω (joon. 38). On selge, et ω ja vaadeldava punkti raadiusvektori **r** vektorkorrutis on vektor, mille suund ühtib vektori **v** suunaga ning mille moodul on $\omega r \sin\alpha = \omega R$, s. o. v (vt. valemit 10.9)). Seega on vektorkorrutis $[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]$ nii suuna kui ka mooduli poolest võrdne vektoriga **v**:

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}]. \tag{11.4}$$

Valemile (11.4) võib anda teise kuju. Selleks kujutame raadiusvektorit **r** kahe komponendi, z-teljega paralleelse vektori $\mathbf{r}_z$ ja sellega risti oleva vektori **R** summana: $\mathbf{r} = \mathbf{r}_z + \mathbf{R}$ (vt. joon. 38). Teinud niisuguse asenduse valemis (11.4) ning kasutades vektorkorrutise distributiivsuseomadust, saame:

$$[\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}] = [\boldsymbol{\omega}, (\mathbf{r}_z + \mathbf{R})] = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{r}_z] + [\boldsymbol{\omega}\mathbf{R}].$$

Vektorid $\boldsymbol{\omega}$ ja $\mathbf{r}_z$ on kollineaarsed, seepärast on nende vektorkorrutis null ($\sin\alpha = 0$). Järelikult võime kirjutada

$$\mathbf{v} = [\boldsymbol{\omega}\mathbf{R}]. \tag{11.5}$$

Edaspidi märgime pöörlemise kirjeldamisel tähega **R** pöörlemistelje punktist tõmmatud raadiusvektori **r** teljega risti olevat komponenti. Selle vektori moodul on võrdne punkti kaugusega teljest.

Teine peatükk

AINEPUNKTI DÜNAAMIKA

§ 12. KLASSIKALINE MEHAANIKA. SELLE RAKENDATAVUSE PIIRID

Kinemaatika kirjeldab kehade liikumist, puudutamata küsimust, miks keha liigub just nii (näiteks ühtlaselt mööda ringjoont või ühtlaselt kiirenevalt mööda sirget) ja mitte teisiti.

Dünaamika uurib kehade liikumist seoses nende põhjustega, (kehade interaktsioonidega), mis tingivad liikumise iseloomu.

Niinimetatud klassikalise ehk Newtoni mehaanika aluseks on Newtoni poolt 1687. a. formuleeritud kolm dünaamika põhiseadust.

Newtoni seadused (nagu kõik teisedki füüsikaseadused) tekkisid suure hulga katselise materjali üldistamise tulemusena. Seaduste kehtivust väga laialdase, kuid siiski piiratud nähtusteringi jaoks kinnitab nendest tuletatud järelduste kooskõla katsetega.

Newtoni mehaanika saavutas kahe sajandi vältel nii suurt edu, et paljud XIX sajandi füüsikud olid veendunud tema kõikvõimsuses. Arvati, et iga füüsikanähtust on võimalik seletada, kui taandada see Newtoni seadustele alluvatele mehaanikanähtustele. Kuid teaduse arenemise käigus ilmnesid uued faktid, mis ei mahtunud enam klassikalise mehaanika raamidesse. Need said seletuse uutes teooriates — erirelatiivsusteoorias ja kvantmehaanikas.

Einsteini poolt 1905. a. loodud erirelatiivsusteoorias revideeriti radikaalselt klassikalisi ettekujutusi ruumist ja ajast. Selle tulemusena loodi suurte kiiruste mehaanika ehk nagu seda teisiti nimetatakse — relativistlik mehaanika. Kuid uus ei eita täielikult vana, klassikalist mehaanikat. Relativistliku mehaanika võrrandid muunduvad piirjuhul (kiiruste puhul, mis on valguse kiirusega võrreldes väikesed) klassikalise mehaanika võrranditeks. Nii sai klassikalisest mehaanikast relativistliku üks erijuht ning ta säilitas oma endise tähtsuse seesuguste liikumiste kirjeldamisel, mille kiirused on palju väiksemad valguse kiirusest.

Analoogiline on ka klassikalise mehaanika ja käesoleva sajandi kahekümnendail aastail aatomifüüsika arengu tulemusena tekkinud kvantmehaanika vahekord: kvantmehaanika võrranditest saavad piirjuhul (masside korral, mis on palju suuremad aatomite massidest) klassikalise mehaanika võrrandid. Järelikult on klassikalisest mehaanikast saanud ka kvantmehaanika piirjuht.

Nii ei ole teaduse areng klassikalist mehaanikat mitte «maha kriipsutanud», vaid näidanud tema rakendatavuse piiratust. Newtoni seadustel põhinev klassikaline mehaanika on valguse kiirusega võrreldes väikeste kiirustega liikuvate ja aatomite massidega võrreldes suurte massidega kehade mehaanika.

§ 13. NEWTONI ESIMENE SEADUS. INERTSIAALSED TAUSTSÜSTEEMID

Newtoni esimene seadus formuleeritakse alljärgnevalt: *iga keha püsib kas paigal või ühtlases sirgliikumises seni, kuni teiste kehade mõju ei sunni teda seda olekut muutma.* Mõlema nimetatud oleku puhul on keha kiirendus võrdne nulliga, seepärast võib esimese seaduse sõnastusele anda ka järgmise kuju: iga keha kiirus püsib muutumatuna (erijuhul on see võrdne nulliga), kuni teiste kehade mõju antud kehale ei kutsu esile selle muutumist.

Olgu märgitud, et looduses ei leidu kehi, mis oleksid täiesti vabad teiste kehade mõjust. Praktikas esinevatel juhtudel, kus kehad on kas paigal või ühtlases sirgliikumises, on tegemist kehadega, millele avaldatavad mõjud on tasakaalustatud. Nii näiteks mõjuvad laual asetsevale raamatule Maa külgetõmbejõud ja laua poolt avaldatav rõhumine, mõlemad mõjud tasakaalustuvad ning tulemusena püsib raamat paigal.

Esimeses seaduses sisalduv väide ei ole üldsegi silmanähtav. Enne Galileid (1564—1642) arvati, et mõju on vajalik mitte kiiruse muutmiseks, vaid selleks, et säilitada kiirus muutumatuna. See arvamus põhines niisugustel argielust tuntud faktidel nagu näiteks vajadus pidevalt lükata tasast horisontaalset teed mööda veerevat vankrit, et selle liikumine ei aeglustuks. Nüüd teame, et vankrit lükates tasakaalustame hõõrdumisest tingitud liikumist takistavat mõju. Ent pinnapealse analüüsi põhjal võib kergesti jõuda otsusele, et mõju tingib kiiruse, mitte aga selle muutumise, s. o. kiirenduse.

Newtoni esimene seadus ei kehti kõikides taustsüsteemides. Oli juba märgitud, et liikumise iseloom sõltub taustsüsteemi valikust. Vaatleme kahte taustsüsteemi, mis liiguvad teineteise suhtes teatud kiirendusega. Kui keha on ühe süsteemi suhtes paigal, siis teise suhtes liigub ta ilmselt kiirenevalt. Järelikult ei saa Newtoni esimene seadus kehtida üheaegselt mõlemas süsteemis.

Taustsüsteemi, milles kehtib Newtoni esimene seadus, nimetatakse **inertsiaalseks**. Seadust ennast nimetatakse vahel inertsiseaduseks. Taustsüsteemi, milles Newtoni esimene seadus ei kehti, nimetatakse **mitteinertsiaalseks**. Inertsiaalsüs-

teeme on lõpmata palju. Iga süsteem, mis liigub mõne inertsiaalsüsteemi suhtes sirgjooneliselt ja ühtlaselt (muutumatu kiirusega), on samuti inertsiaalne. Üksikasjalisemalt tuleb sellest juttu § 17.

Katseliselt on kindlaks tehtud, et taustsüsteem, mille keskpunkt ühtib Päikesega ning mille teljed on suunatud vastavalt valitud tähtedele, on inertsiaalne. Seda süsteemi nimetatakse heliotsentriliseks taustsüsteemiks (*helios* tähendab kreeka keeles päikest). Iga süsteem, mis liigub heliotsentrilise süsteemi suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt, on inertsiaalne.

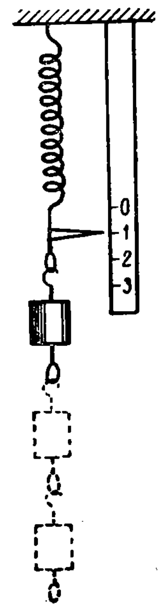
Maa liigub Päikese ja tähtede suhtes elliptilist trajektoori mööda, kõverjooneline liikumine aga on alati kiirendusega liikumine. Peale selle pöörleb Maa ümber oma telje. Nendel põhjustel liigub maapinnaga seotud taustsüsteem heliotsentrilise taustsüsteemi suhtes kiirendusega ning pole seega inertsiaalne. Kuid sellise süsteemi kiirendus on niivõrd väike, et teda võib paljudel juhtudel pidada praktiliselt inertsiaalseks. Siiski avaldab Maaga seotud taustsüsteemi mitteinertsiaalsus olulist mõju selles süsteemis jälgitavatele mehaanikanähtustele. Mõningaid nendest juhtudest vaatleme edaspidi.

§ 14. NEWTONI TEINE SEADUS

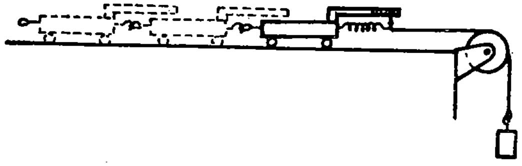
Newtoni teises seaduses esineb kaks uut suurust — jõud ja mass. Jõud iseloomustab teiste kehade poolt antud kehale avaldatava mõju suurust ja suunda. Mass peegeldab seda, kuidas keha reageerib sellele mõjule.

Nagu juba märgitud, võib kehale avaldatav mõju kutsuda esile kahesuguseid nähtusi: muuta keha kiirust või deformeerida teda, s. o. muuta tema kuju ja mõõtmeid. Et mõlemad efektid (kiirendus ja deformatsioon) on mõõdetavad, võib nii ühte kui teist kasutada mõjude suuruse hindamiseks, s. o. jõudude võrdlemiseks ja mõõtmiseks.

Vaatleme järgmist katset. Võtame vedru, mille ülemine ots on kinnitatud liikumatult. Vedru alumise otsa külge riputame koormuse (joon. 39). Koormuse ja vedru kinnituskeha mõjul vedru pikeneb, selle tulemusena nihkub vedru külge kinnitatud osuti mööda liikumatut skaalat märgist *0* märgini *1*. Valime mitu koormust, millest igaühe mõjul vedru pikeneb ühepalju. Siis võib väita, et iga niisugune koormus, riputatuna vedru otsa, avaldab sellele mõju, mida võib vaadelda kui vedrule rakendatud jõudu.



Joon. 39



Joon. 40

Nüüd riputame vedru otsa kaks koormust korraga. Kumbki nendest avaldab nii suuruse kui suuna poolest ühesugust mõju. Vedrule mõjuv jõud on sel juhul ilmselt kaks korda suurem. Nagu näitab katse, on ka vedru pikenemine kaks korda suurem. Kolm ühesugust koormust kutsuvad esile vedru kolmekordse deformatsiooni jne.

Järelikult on vedru pikenemine võrdeline temale mõjuva jõuga. Tõsi küll, see Hooke'i nime kandev seadus kehtib vaid väikeste deformatsioonide korral. Kui deformatsiooni suurus ületab teatava konkreetsele vedrule omase piiri, siis võrdeline sõltuvus jõu ja deformatsiooni vahel enam ei kehti.[1] Nii saime võimaluse jõudusid kvantitatiivselt võrrelda: kahe jõu suuruste suhe on võrdne nende poolt tekitatud deformatsioonide suhtega.

Teinud kindlaks jõudude mõõtmise võimaluse, uurime, kuidas sõltub keha kiirendus temale mõjuvast jõust. Selleks korraldame järgmise katse (joon. 40). Uurime vankrikese liikumist mööda siledat horisontaalset lauda niidi mõjul, mida pingutab selle otsas rippuv koormus. Vankrikese ja niidi vahele paneme vedru, mille pikenemise järgi saame hinnata mõju suurust. Mõju suuna määrab ilmselt niidi suund. Riputades niidi otsa erinevaid koormusi, saame muuta jõudu, mille mõjul toimub liikumine.

Katse annab järgmise tulemuse: kui vedru pingus ei muutu, liigub vankrike ühtlaselt kiirenevalt, kusjuures kiirendus w on võrdeline rakendatud jõuga f:

$$w \sim f. \tag{14.1}$$

Tuleb silmas pidada, et hõõrdumine vankrikese rataste ja telje, samuti rataste ja laua vahel moonutab sõltuvust. Hõõrdumise vähenemisel läheneb tulemus üha rohkem seosega (14.1) määratud vahekorrale. See seaduspärasus annab veel ühe võimaluse jõudude kvantitatiivseks võrdlemiseks: kahe jõu f_1 ja f_2 suhte saab kindlaks teha, kui määrata kiirendused w_1 ja w_2, mis mingi keha nende jõudude mõjul omandab:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{w_1}{w_2}. \tag{14.2}$$

Kui võtta teine vankrike, siis selle liikumise iseloom jääb

[1] Hooke'i seadusele alluvat deformatsiooni nimetatakse elastseks deformatsiooniks.

endiseks, muutumatuks jääb ka sellele vankrikesele rakendatud jõu ja tema kiirenduse suhe, kiirenduse väärtus aga on sama jõu f puhul üldiselt erinev. See asjaolu seletub vankrikeste erineva «vastupanuga» jõu mõjule, ehk nagu öeldakse, nende erineva inertsusega.

Jõu ja selle jõu poolt vaadeldavale kehale antud kiirenduse suhe on jääv.[1] Erinevate kehade puhul on see suhe erinev. Ilmselt iseloomustab suhe f/w antud keha inertsust. Seepärast kasutataksegi keha inertsuse iseloomustamiseks suhtega f/w võrdelist suurust, mida nimetatakse keha **massiks**. Tähistanud keha massi tähega m, võime kirjutada

$$m \sim \frac{f}{w}. \tag{14.3}$$

Nii defineeritud mass on keha inertsuse mõõduks. Seosest (14.3) järeldub võimalus masside võrdlemiseks: kahe keha masside m_1 ja m_2 suhe on võrdne nendele kehadele võrdsete jõudude poolt antud kiirenduste w_1 ja w_2 pöördsuhtega:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{w_2}{w_1}. \tag{14.4}$$

Võtame mitu vankrikest, mis võrdsete jõudude mõjul liiguvad ühesuguste kiirendustega (oletatakse, et hõõrdumine on tähtsusetult väike). Niisuguste vankrikeste massid on võrdsed. Ühendame need vankrikesed omavahel (joon. 40). Katse näitab, et kahe omavahel ühendatud vankrikese kiirendus mingi jõu f mõjul on kaks korda väiksem kui kiirendus, millega kumbki vankrike liigub eraldi sama jõu mõjul. Kui ühendada kolm vankrikest, on nende kiirendus kolm korda väiksem jne. Siit järeldub, et massile on omane aditiivsus; see tähendab, et liitkeha mass on võrdne tema osade masside summaga.[2]

Kirjutame avaldise (14.3) kujul

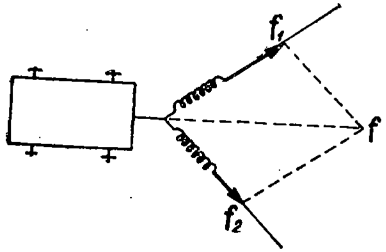
$$w = k\frac{f}{m}, \tag{14.5}$$

kus k on võrdetegur. Seos (14.5) väljendab analüütiliselt Newtoni teist seadust.

Seega saab Newtoni teise seaduse formuleerida järgmiselt: *iga keha puhul on kiirendus võrdeline sellele kehale mõjuva jõuga ning pöördvõrdeline tema massiga.* Teine seadus, samuti kui Newtoni esimene seadus, kehtib vaid inertsiaalsetes taustsüsteemides.

[1] See kehtib vaid nendel juhtudel, kui keha kiirus on väike, võrreldes valguse kiirusega vaakuumis (vt. § 22).

[2] Väide massi aditiivsuse kohta on kehtiv vaid Newtoni mehaanika raames. Relativistlikus mehaanikas massi aditiivsus paika ei pea.



Joon. 41

Erijuhul, kui jõud on võrdne nulliga (teised kehad ei mõju antud kehale), on kiirendus valemi (14.5) põhjal samuti võrdne nulliga, mis on kooskõlas Newtoni esimese seadusega. Seega näib, et esimest seadust võib vaadelda kui teise erijuhtu. Vaatamata sellele formuleeritakse esimene seadus olenemata teisest, sest temas sisaldub inertsiaalsete taustsüsteemide olemasolu postulaat (väide).

Ühe keha mõjul teisele on alati teatud suund. Järelikult on ka jõud suurus, mida peale arvväärtuse iseloomustab veel suund. Kuid sellest ei piisa, et kanda jõud vektorite kategooriasse. On tarvis veel selgitada, missugusele liitmisseadusele jõud alluvad. Selleks teeme katse vankrikesega, mida mõjutavad kaks pingulolevat niiti (joon. 41, vaade vankrikesele ülalt). Katse näitab, et jõudude $\mathbf{f}_1$ ja $\mathbf{f}_2$ mõjul on vankrikese kiirenduse suurus ja suund samasugused kui ühe jõu $\mathbf{f}$ mõjul, mis saadakse jõudude $\mathbf{f}_1$ ja $\mathbf{f}_2$ liitmisel vektorite liitmise seaduse järgi. Järelikult on jõud vektoriline suurus.

Kuna jõud on vektor ning kiirenduse suund ühtib jõu suunaga, võib võrrandi (14.5) kirjutada vektorkujul

$$\mathbf{w}=k\frac{\mathbf{f}}{m}. \quad f=\frac{wm}{k} \qquad (14.6)$$

Mass m ja võrdetegur k on skalaarsed suurused. Võrrand (14.6) on klassikalise mehaanika põhivõrrand.

§ 15. FÜÜSIKALISTE SUURUSTE MÕÕTÜHIKUD JA DIMENSIOONID

Nagu juba märgitud, määravad füüsikaseadused kvantitatiivsed seosed füüsikaliste suuruste vahel. Nende seoste määramiseks peab olema võimalus mitmesuguseid suurusi mõõta.

Mõõta mingit füüsikalist suurust (näiteks kiirust) tähendab võrrelda teda sama liiki suurusega (antud juhul kiirusega), mis on võetud ühikuks.

Üldse võiks iga füüsikalise suuruse jaoks valida ühiku olenemata teistest suurustest. Kuid selgub, et võib valida (põhimõtteliselt vabalt) kolm põhisuurust ning anda nende jaoks mõõtühikud suvaliselt. Kõikide ülejäänud suuruste ühikud saab tuletada nendest põhiühikutest, kasutades selleks füüsikaseadusi, mis seovad antud suurust kas põhisuurustega või teiste niisuguste suurustega, mille ühikud on juba määratud.

Selgitame öeldut järgmise näitega. Oletame, et andsime mõõtühikud massi ja kiirenduse jaoks. Valem (14.5) seob need suurused kolmanda füüsikalise suuruse — jõuga. Valime jõu mõõtühiku nii, et võrdetegur k selles valemis oleks võrdne ühega. Siis võtab võrrand (14.5) kuju

$$w=\frac{f}{m}. \qquad (15.1)$$

Võrrandist (15.1) järeldub, et sellisel viisil määratud jõuühik on niisugune jõud, mille mõjul ühikulise massiga keha saab ühikulise kiirenduse (asendanud võrrandis (15.1) $f=1$ ja $m=1$, saame $w=1$).

Niisuguse ühikute valiku korral võtavad füüsikalised seosed lihtsama kuju. Ühikute kogu ise aga moodustab teatud süsteemi.

Eksisteerib mitu süsteemi, mis erinevad põhiühikute valiku poolest. Süsteeme, mille aluseks on pikkuse, massi ja aja ühikud, nimetatakse a b s o l u u t s e t e k s.

Nõukogude Liidus on alates 1. jaanuarist 1963 kehtestatud riiklik standard ГОСТ 9867-61, mis nõuab r a h v u s v a h e l i s e m õ õ t ü h i k u t e s ü s t e e m i SI (*System International*) kasutamist. Seda süsteemi peab kasutama teaduse, tehnika ja rahvamajanduse kõikides harudes ning ka õpetamisel. SI põhiühikud on: pikkuse ühik meeter (lühitähistus m), massi ühik kilogramm (kg) ning aja ühik sekund (s). Seega kuulub SI absoluutsete süsteemide hulka. Peale kolme nimetatud ühiku on SI põhiühikud veel voolutugevuse ühik amper (A), termodünaamiline temperatuuriühik kelvin (K) ja valgustugevuse ühik kandela (cd). Nendest ühikutest tuleb juttu kursuse vastavates osades.

Meeter defineeritakse kui pikkus, mis võrdub krüptooni isotoobi 86[1] poolt nivoode $2p_{10}$ ja $5d_5$ vahelisel siirdel vaakumis kiiratava valguse (krüptooni-86 oranž joon) 1 650 763,73 lainepikkusega. Meeter on ligikaudu võrdne $\frac{1}{40\,000\,000}$-ga Maa meridiaani pikkusest. Pikkusühikutena kasutatakse ka meetri kordseid ja osaühikuid: kilomeeter (1000 m), sentimeeter (1/100 m), millimeeter (1/1000 m), mikromeeter (1/1 000 000 m) jne.

Kilogramm on Pariisi lähedal Sèvres'is Rahvusvahelises Kaalude ja Mõõtude Büroos säilitatava plaatina ja iriidiumi sulamist[2] valmistatud keha mass. Seda keha nimetatakse kilogrammi rahvusvaheliseks prototüübiks. Prototüübi mass on lähedane 1000 cm³ puhta vee massile temperatuuril 4 °C. Gramm on võrdne 1/1000 kilogrammiga.

Sekund võrdub tseesiumi-133 aatomi põhioleku kahe ülipeenstruktuuri energianivoo vahelisel üleminekul tekkiva kiirguse 9 192 631 770

[1] Nende tähiste mõtet selgitatakse peatükis «Aatomifüüsika».
[2] Plaatina ja iriidiumi sulam on väga kõva ja korrosioonikindel, s. o. ümbritseva keskkonna keemiline mõju kahjustab teda vähe.

perioodiga. Ligikaudu on sekund 1/86 400 keskmisest päikeseööpäevast.

Füüsikas kasutatakse veel CGS-süsteemiks nimetatavat absoluutset ühikutesüsteemi, mille põhiühikud on sentimeeter, gramm ja sekund.

Kinemaatikas esinevate suuruste (kiiruse ja kiirenduse) ühikud tuletatakse põhiühikutest. Nii võetakse kiiruse ühikuks niisuguse keha kiirus, mis ajaühiku (sekundi) kestel läbib pikkusühiku (meetri või sentimeetri). Seda ühikut tähistatakse m/s SI-s ja cm/s CGS-süsteemis. Kiirenduse ühikuks on niisuguse ühtlaselt kiireneva liikumise kiirendus, mille puhul keha kiirus muutub ajaühiku (sekundi) kestel ühiku (m/s või cm/s) võrra. Seda ühikut tähistatakse m/s² SI-s ja cm/s² CGS-süsteemis.

SI jõuühik on njuuton (N). Vastavalt seosele (15.1) on njuuton võrdne jõuga, mille mõjul keha massiga 1 kg saab kiirenduse 1 m/s². CGS-süsteemi jõuühik on düün (dyn). Üks düün on võrdne jõuga, mille mõjul keha massiga 1 g saab kiirenduse 1 cm/s². Njuutoni ja düüni vahekord on järgmine:

$$1\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{kg}\cdot 1\ \mathrm{m/s^2} = 10^3\ \mathrm{g}\cdot 10^2\ \mathrm{cm/s^2} = 10^5\ \mathrm{dyn}.$$

Tehnikas on laialdaselt rakendatud MkGS-süsteemi, mida tavaliselt nimetatakse tehniliseks mõõtühikute süsteemiks. Selle põhiühikud on meeter, jõukilogramm (kgf ehk kG) ja sekund. Jõukilogramm on võrdne jõuga, mis annab kehale massiga 1 kg kiirenduse 9,80665 m/s². Sellest definitsioonist järeldub, et 1 kG= =9,80665 N (ligikaudu 9,81 N). Massi ühikuks MkGS-süsteemis tuleb võtta niisugune mass, millele jõud 1 kG annab kiirenduse 1 m/s². Selle ühiku tähiseks on kG·s²/m, eri nimetust tal ei ole. Ilmselt 1 kG·s²/m=9,80665 kg (ligikaudu 9,81 kg).

Mõõtühikute süsteemide ülesehitamise viisist järeldub, et põhiühikute muutmine tingib ka tuletatud ühikute vastava muutumise. Kui näiteks võtta ajaühikuks sekundi asemel minut, s. o. suurendada ajaühikut 60 korda, siis kiirusühik väheneb 60, kiirendusühik aga 3600 korda.

Seost, mis näitab, kuidas muutub mingi suuruse mõõtühik põhiühikute muutudes, nimetatakse selle suuruse dimensiooniks. Mingi füüsikalise suuruse dimensiooni märkimiseks paigutatakse selle suuruse tähis kandilistesse sulgudesse. Nii näiteks $[v]$ tähistab kiiruse dimensiooni. Põhisuuruste dimensioonide tähistamiseks on kasutusel pikkuse jaoks L, massi jaoks M ning aja jaoks T. Tähistanud pikkuse tähega l, massi tähega m ning aja tähega t, võib kirjutada

$$[l]=L; \quad [m]=M; \quad [t]=T.$$

Sellises tähistuses omab suvalise füüsikalise suuruse dimensioon kuju $L^{\alpha}M^{\beta}T^{\gamma}$ (α, β ja γ võivad olla nii positiivsed kui ka negatiivsed arvud ning erijuhul võrdsed nulliga). Säärane kirjutamisviis tähendab, et pikkusühiku suurenemisel n_1 korda suureneb vastava suuruse ühik n_1^{α} korda (nendes ühikutes avaldatud suuruse arvväärtus aga väheneb vastavalt n_1^{α} korda); massiühiku suurenemisel n_2 korda suureneb antud suuruse ühik n_2^{β} korda ning lõpuks ajaühiku suurenemisel n_3 korda suureneb antud suuruse ühik n_3^{γ} korda.

Kuna füüsikaseadused ei tohi sõltuda nendes esinevate suuruste mõõtühikute valikust, peavad seadust väljendava võrrandi mõlema poole dimensioonid olema ühesugused. Seda tingimust saab kasutada, esiteks, füüsikaliste avaldiste õigsuse kontrolliks ning, teiseks, füüsikaliste suuruste dimensioonide leidmiseks. Nii näiteks kiirus määratakse kui $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$. Δs dimensioon on L, Δt dimensioon T. Võrrandi parema poole dimensioon on $[\Delta s]/[\Delta t]=L/T=LT^{-1}$. Vasaku poole dimensioon peab olema sama. Järelikult,

$$[v]=LT^{-1}. \tag{15.2}$$

Viimast seost nimetatakse dimensioonivalemiks ning selle paremat poolt vastava suuruse (antud juhul kiiruse) dimensiooniks.

Seose $w=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ põhjal võib leida kiirenduse dimensiooni:

$$[w]=\frac{[\Delta v]}{[\Delta t]}=\frac{LT^{-1}}{T}=LT^{-2}.$$

Jõu dimensioon:

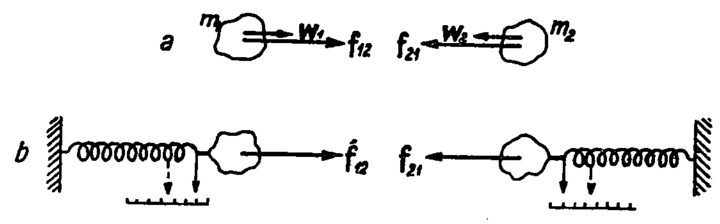
$$[f]=[m]\,[w]=MLT^{-2}.$$

Analoogiliselt saab tuletada kõikide teiste suuruste dimensioonid.

§ 16. NEWTONI KOLMAS SEADUS

Kehade vastastikune mõju on alati kahepoolne: kui keha M_1 mõjub kehale M_2 mingi jõuga $\mathbf{f}_{21}$, siis keha M_2 omakorda mõjutab keha M_1 jõuga $\mathbf{f}_{12}$.

Katsed näitavad, et jõud, millega kehad vastastikku mõjuvad, on alati suuruselt võrdsed ning suuna poolest vastupidised. Vaatleme järgmist näidet. Kaks keha massidega m_1 ja m_2, olles isoleeritud teiste kehade mõjust, tõmbavad või tõukavad teineteist näiteks seetõttu, et nad mõlemad on elektriliselt laetud (joon. 42). Jõudude $\mathbf{f}_{12}$ ja $\mathbf{f}_{21}$ mõjul saavad kehad vastavalt kiirendused $\mathbf{w}_1$ ja $\mathbf{w}_2$, mis osutuvad pöördvõrdelisteks kehade massidega:



Joon. 42

$$\frac{w_1}{w_2}=\frac{m_2}{m_1}.$$

Siit järeldub võrdus $m_1w_1=m_2w_2$ ning järelikult ka jõudude võrdsus $f_{12}=f_{21}$. Jõudude suunad on ilmselt vastupidised.

Samale tulemusele jõuame ka siis, kui võrdleme mitte kehade kiirendusi, vaid kaliibritud vedrude deformatsioone (nende vedrude abil on kehad kinnitatud liikumatute tugede külge; joon. 42, *b*). Vedrude deformatsioonide järgi mõõdetud jõud $\mathbf{f}_{12}$ ja $\mathbf{f}_{21}$ osutuvad samuti ühesuurusteks.

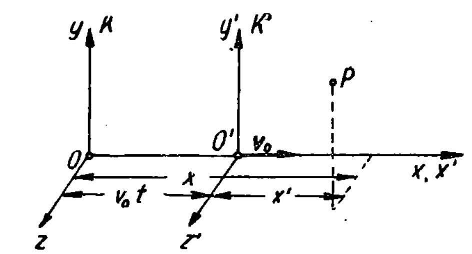
Newtoni kolmas seadus on seda laadi katsete üldistus. Teadlase enda sõnastuses kõlab ta järgmiselt: «Igale mõjule on alati olemas võrdne ja vastupidine vastumõju, teisiti — kahe keha mõjud teineteisesse on omavahel võrdsed ning suunatud vastupidiselt.» Selles sõnastuses esinevad terminid «mõju» ja «vastumõju», mistõttu võib tekkida arvamine, et on mingi erinevus kehade vastastikuse mõju jõudude vahel. Tahtmatult omistatakse mõjule juhtiv osa, vastumõju aga jääb alluva ossa. Tegelikult on mõlemad jõud $\mathbf{f}_{12}$ ja $\mathbf{f}_{21}$ täiesti võrdõiguslikud. Seepärast on parem formuleerida Newtoni kolmas seadus teisiti: *kehade igasugune mõju teineteisesse on alati vastastikune; jõud, millega kehad teineteist mõjutavad, on alati suuruse poolest võrdsed ning suunalt vastupidised.* Kasutades samasugust tähistusviisi nagu joonisel 42, võime kolmanda seaduse kirjutada kujul:

$$\mathbf{f}_{12}=-\mathbf{f}_{21}. \tag{16.1}$$

Öeldust järeldub, et jõud tekivad alati paarikaupa: mingile kehale rakendatud jõule võib alati leida võrdvastupidise jõu, mis on rakendatud teisele, selle kehaga interaktsioonis olevale kehale.

§ 17. GALILEI RELATIIVSUSPRINTSIIP

Vaatleme kahte taustsüsteemi, mis liiguvad teineteise suhtes jääva kiirusega $\mathbf{v}_0$. Loeme ühe nendest (süsteem K joonisel 43) tinglikult liikumatuks. Siis teine süsteem K' liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt. Valime süsteemi K koordinaatteljed x, y, z ja süs-



Joon. 43

teemi K' teljed x', y', z' nii, et teljed x ja x' ühtiksid, teljed y ja y' ning z ja z' aga oleksid paralleelsed.

Leiame nüüd seose mingi punkti P koordinaatide x, y, z (süsteemis K) ning sama punkti koordinaatide x', y', z' (süsteemis K') vahel. Kui hakata aega lugema hetkest, mil mõlema süsteemi koordinaattelgede alguspunktid ühtisid, siis, nagu selgub jooniselt 43, $x=x'+v_0t$. Peale selle on ilmne, et $y=y'$ ning $z=z'$. Lisanud nendele seostele klassikalises mehaanikas tunnustatud eelduse, et aeg kulgeb mõlemas süsteemis ühtemoodi, s. o. $t=t'$, saame neljast võrrandist koosneva süsteemi:

$$\left.\begin{aligned} x&=x'+v_0t',\\ y&=y',\\ z&=z',\\ t&=t', \end{aligned}\right\} \tag{17.1}$$

mida nimetatakse Galilei teisenduseks.

Esimene ja viimane võrrand süsteemis (17.1) kehtivad vaid juhul, kui v_0 on väike, võrreldes valguse kiirusega vaakuumis c $(v_0\ll c)$. Kui v_0 on võrreldav c-ga, peab Galilei teisendused asendama üldisemate Lorentzi teisendustega, millest tuleb juttu «Optikas» (vt. III k. valemid (37.10)). Klassikalises mehaanikas loetakse valemeid (17.1) täpseteks.

Diferentseerinud võrrandeid (17.1) aja järgi, saame seosed punkti P kiiruste vahel süsteemide K ja K' suhtes:

$$\left.\begin{aligned} \dot{x}&=\dot{x}'+v_0 \quad \text{ehk} \quad v_x=v'_x+v_0,\\ \dot{y}&=\dot{y}' \quad \text{ehk} \quad v_y=v'_y,\\ \dot{z}&=\dot{z}' \quad \text{ehk} \quad v_z=v'_z. \end{aligned}\right\} \tag{17.2}$$

Kolm skalaarset seost (17.2) on ekvivalentsed vektorite $\mathbf{v}$ (süsteemis K) ja $\mathbf{v}'$ (süsteemis K') seosega:

$$\mathbf{v}=\mathbf{v}'+\mathbf{v}_0. \tag{17.3}$$

Et selles veenduda, tarvitseb vaid projitseerida vektorvõrrand (17.3) telgedele x, y, z. Tulemusena saame valemid (17.2).

Valemid (17.2) ja (17.3) annavad klassikalises mehaanikas kehtiva kiiruste liitmise reegli. Tuleb silmas pidada, et valem (17.3), nagu iga vektorseos, jääb jõusse süsteemide K ja K' koordinaattelgede suundade suvalise valiku korral, seosed (17.2) aga kehtivad ainult joonisel 43 kujutatud telgede valiku puhul.

§ 13 on märgitud, et iga taustsüsteem, mis liigub inertsiaalsüsteemi suhtes jääva kiirusega, on samuti inertsiaalne. Nüüd on meil võimalus seda väidet tõestada. Selleks diferentseerime valemit (17.3) aja järgi. Võttes arvesse, et $\mathbf{v}_0$ on konstantne, saame:

$$\dot{\mathbf{v}}=\dot{\mathbf{v}}' \quad \text{ehk} \quad \mathbf{w}=\mathbf{w}'. \tag{17.4}$$

Siit järeldub, et keha kiirendus on ühesugune kõikides taustsüsteemides, mis liiguvad üksteise suhtes ühtlaselt ja sirgjooneliselt. Kui üks nendest süsteemidest on inertsiaalne (see tähendab, et jõudude puudumisel $\mathbf{w}=0$), siis on ka teised inertsiaalsed ($\mathbf{w}'$ on samuti null).

Mehaanika põhivõrrandile (14.6) on iseloomulik asjaolu, et ta sisaldab kinemaatikasuurustest vaid kiirendust, kiirus selles ei esine. Kuid nagu nägime, on keha kiirendus kahes suvaliselt valitud inertsiaalsüsteemis K ja K' ühesugune. Newtoni teise seaduse põhjal järeldub siit, et ka kehale mõjuvad jõud on süsteemides K ja K' ühesugused. Järelikult, *dünaamika võrrandid ei muutu üleminekul ühest inertsiaalsest taustsüsteemist teise*, s. t. nad on invariantsed koordinaatide teisenduse suhtes, mis vastab üleminekule ühest inertsiaalsest taustsüsteemist teise. Mehaanika seisukohalt on kõik inertsiaalsed taustsüsteemid täiesti ekvivalentsed: ühtegi nendest ei saa teistega võrreldes eelistatuks pidada. Tegelikkuses väljendub see asjaolus, et ühegi antud süsteemis sooritatud mehaanikakatsega ei ole võimalik kindlaks teha, kas süsteem on paigal või ühtlases sirgliikumises. Asudes, näiteks, ühtlaselt ja sirgjoonelist, ilma tõugeteta liikuva rongi vagunis, ei saa me kindlaks teha, kas vagun liigub või mitte, kui me ei vaata parajasti aknast välja. Vaba langemine, visatud kehade liikumine, nii nagu kõik teised mehaanikanähtused, toimuvad sel juhul samuti kui paigalseisvas vagunis.

Asjaolud, millest siin juttu, selgitas välja juba Galilei. Väide, et kõik mehaanikanähtused kulgevad erinevates inertsiaalsetes taustsüsteemides ühtemoodi, mistõttu mehaanikakatsete abil pole võimalik kindlaks teha, kas antud taustsüsteem on paigal või liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt, kannab Galilei relatiivsusprintsiibi nimetust.

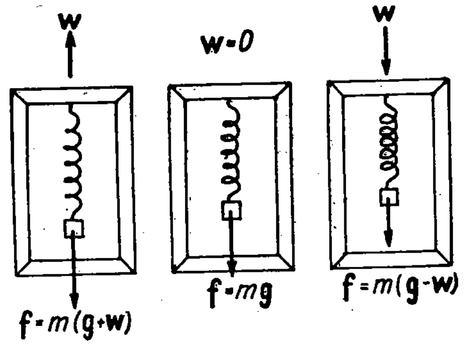
§ 18. RASKUSJÕUD JA KAAL

Maa külgetõmbe mõjul langevad kõik kehad maapinna poole ühesuguse kiirendusega, mida tavaliselt märgitakse tähega g. See tähendab, et Maaga seotud taustsüsteemis mõjub igale kehale massiga m jõud

$$\mathbf{P}=m\mathbf{g}, \tag{18.1}$$

mida nimetatakse raskusjõuks.[1] Kui keha on maapinna suhtes paigal, on jõud $\mathbf{P}$ tasakaalustatud toe või riputi reaktsiooniga[2] $\mathbf{f}_r$, mis takistab keha langemist ($\mathbf{f}_r=-\mathbf{P}$). Newtoni kolmanda seaduse järgi mõjub keha sel juhul toele või riputile jõuga $\mathbf{G}$, mis on võrdne $-\mathbf{f}_r$-ga, s. o. jõuga

$$\mathbf{G}=\mathbf{P}=m\mathbf{g}.$$



Joon. 44

Jõudu $\mathbf{G}$, millega keha mõjub toele või riputile, nimetatakse keha kaaluks. See jõud on võrdne mg ainult niisugusel juhul, kui keha ja tugi (riputi) on Maa suhtes paigal. Kui aga nad liiguvad mingi kiirendusega $\mathbf{w}$, siis keha kaal $\mathbf{G}$ ei ole võrdne $m\mathbf{g}$. Seda võib selgitada järgmise näitega. Olgu keha riputatud vedru abil raamikese külge, raamike aga liigub koos kehaga kiirendusega $\mathbf{w}$ (joon. 44). Keha liikumise võrrand võtab siis kuju

$$\mathbf{P}+\mathbf{f}_r=m\mathbf{w}, \tag{18.2}$$

kus $\mathbf{f}_r$ on riputi reaktsioon, s. o. jõud, millega vedru mõjutab keha. Newtoni kolmanda seaduse järgi mõjub keha vedrule jõuga

[1] Maaga seotud taustsüsteemi mitteinertsiaalsuse tõttu erineb raskusjõud veidi jõust, millega Maa tõmbab antud keha. Lähemalt tuleb sellest juttu § 47.

[2] Reaktsioonideks nimetatakse antud kehale mõjuvaid jõudusid, mis piiravad tema liikumist.

—$\mathbf{f}_r$, mis on definitsioonikohaselt keha kaal **G** antud tingimustes. Asendanud võrrandis (18.2) reaktsiooni $\mathbf{f}_r$ jõuga —**G**, raskusjõu **P** aga korrutisega *mg*, saame:

$$\mathbf{G}=m(\mathbf{g}-\mathbf{w}). \qquad (18.3)$$

Valem (18.3) määrab keha kaalu üldjuhul ja kehtib igasuguste tugede või riputite korral.

Oletame, et keha ja riputi liiguvad vertikaalsihis (niisugusel oletusel on tehtud joonis 44). Projitseerime (18.3) püstsihile:

$$G=m(g\pm w). \qquad (18.4)$$

Selles avaldises on G, g ja w vastavate vektorite moodulid. Plussmärk vastab olukorrale, kus **w** on suunatud ülespoole, miinusmärk kirjeldab olukorda, kus **w** on suunatud allapoole.

Valemist (18.4) järeldub, et kaalu **G** moodul võib olla nii suurem kui ka väiksem raskusjõust **P**. Raamikese vaba langemise korral $\mathbf{w}=\mathbf{g}$, seega jõud **G**, millega keha mõjub riputile, on null. Tekib kaaluta olek. Ümber Maa väljalülitatud mootoritega tiirlev kosmoselaev liigub nagu vabalt langev raamike kiirendusega **g**, mistõttu laevas olevad kehad on kaaluta olekus: nad ei avalda survet nendega kokkupuutuvatele kehadele.

Märgime, et sageli segatakse ära raskusjõud **P** ja keha kaal **G**. Seda tingib asjaolu, et liikumatu toe korral **P** ja **G** ühtivad nii suuruse kui ka suuna poolest (kumbki nendest on *mg*). Kuid peab arvestama, et need jõud on rakendatud erinevatele kehadele: **P** on rakendatud kehale endale, **G** aga toele või riputile, mis piirab keha vaba langemist Maa raskusväljas. Peale selle on jõud **P** alati võrdne *mg*, olenemata sellest, kas keha liigub või mitte, kaal **G** aga sõltub toe ja keha liikumise kiirendusest, kusjuures ta võib olla nii suurem kui ka väiksem kui *mg*; erijuhul, kaaluta olekus, saab ta nulliks.

Seos (18.3) keha massi ja kaalu vahel annab võimaluse võrrelda kehade masse kaalumise teel: kaalude ja masside suhted on võrdsed, kui kaalumine on teostatud ühesugustes tingimustes (tavaliselt kui $\mathbf{w}=0$) ja maapinna samas punktis:

$$G_1:G_2:G_3:\ldots=m_1:m_2:m_3:\ldots$$

Nagu hiljem (§ 47) näeme, sõltuvad vaba langemise kiirendus g ja raskusjõud P koha geograafilisest laiusest. Peale selle sõltuvad P ja g ka kõrgusest, vähenedes Maa tsentrist kaugenemisel.

§ 19. HÕÕRDEJÕUD

Hõõrdejõud tekivad siis, kui kokkupuutuvad kehad või nende osad libisevad üksteise suhtes. Hõõrdumist, mis tekib kahe kokkupuutuva keha libisemisel teineteise suhtes, nimetatakse v ä l i s -

h õ õ r d u m i s e k s, pideva keha (näiteks vedeliku või gaasi) osade vahel esineb s i s e h õ õ r d u m i n e.

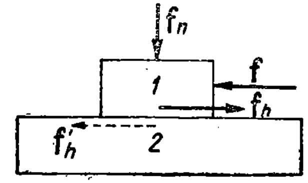
Hõõrdejõudusid, mis tekivad tahke keha liikumisel vedela või gaasilise keskkonna suhtes, tuleb vaadelda kui sisehõõrdejõudusid, sest niisugusel juhul liigub kehaga otseses kokkupuutes olev keskkonnakiht kehaga kaasa viimasele omase kiirusega ning keha liikumisele avaldab mõju selle kihi ja teiste, kehast kaugemal olevate keskkonnakihtide vahel esinev hõõrdumine.

Hõõrdumist kahe tahke keha pindade vahel, kui neil pole mingit vahekihti näiteks määrdekihi näol, nimetatakse k u i v - h õ õ r d u m i s e k s. Tahke keha ja vedela või gaasilise keskkonna, samuti ka selle keskkonna kihtide eneste vahelist hõõrdumist nimetatakse v e d e l i k h õ õ r d u m i s e k s.

Kuivhõõrdumise puhul eristatakse l i u g e h õ õ r d u m i s t ja v e e r e h õ õ r d u m i s t.

Hõõrdejõud on suunatud mööda puutujat hõõrdepindadele (või kihtidele) nii, et nad takistavad nende pindade (kihtide) suhtelist nihkumist. Kui näiteks kaks kokkupuutuvat vedelikukihti liiguvad samas suunas erinevate kiirustega, siis suurema kiirusega liikuvale kihile rakendatud hõõrdejõud on liikumisega vastassuunaline, aeglasemalt liikuvale kihile aga mõjub hõõrdejõud liikumise suunas.

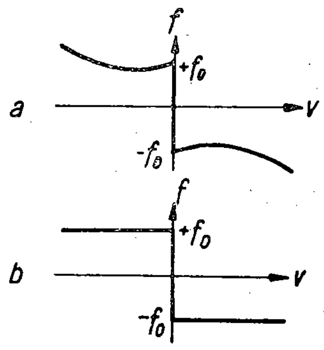
Kuivhõõrdumine. Kuivhõõrdumise korral tekib hõõrdejõud ühe pinna libisemisel mööda teist pinda ja ka siis, kui niisugust libisemist püütakse esile kutsuda. Viimasel juhul on tegemist s e i s u h õ õ r d e j õ u g a. Vaatleme kahte kokkupuutuvat keha *1* ja *2*, millest teine on kinnitatud liikumatult (joon. 45). Keha *1* on surutud vastu keha *2* jõuga $\mathbf{f}_n$, mis on risti kehade kokkupuutepinnaga. Seda jõudu nimetatakse pindu kokkusuruvaks normaaljõuks ning ta võib olla tingitud kas keha kaalust või mõnest teisest põhjusest. Püüame nihutada keha *1*, rakendades talle välisjõudu **f**. Niisugustest katsetest selgub, et iga konkreetse kehapaari puhul leidub jõu **f** minimaalne suurus f_0, mille rakendamisel keha *1* hakkab liikuma. Kui välisjõu suurus on vahemikus $0<f<f_0$, jääb keha *1* paigale. Newtoni teise seaduse järgi on see võimalik vaid tingimusel, et jõu **f** tasakaalustab temaga võrdvastupidine jõud, milleks ongi seisuhõõrdejõud $\mathbf{f}_h$ (joon. 45). See jõud saab automaatselt[1] võrdseks välisjõuga f tingimusel, et viimane ei ületa f_0. Ilmselt kujutab f_0 endast seisuhõõrdejõu maksimumväärtust.



Joon. 45

Vastavalt Newtoni kolmandale seadusele mõjub ka kehale *2*

[1] Analoogiline on olukord vedru puhul, mis venitava jõu mõjul pikeneb «automaatselt» nii palju, et elastsusjõud tasakaalustab täpselt välisjõu.



Joon. 46

seisuhõõrdejõud f'_h (joonisel 45 on see kujutatud punktiirjoonega), mis on võrdvastupidine jõuga f_h.

Kui välisjõu f suurus ületab f_0, hakkab keha libisema ning tema kiirenduse määrab välisjõu f ja liugehõõrdejõu f_h resultant. Liugehõõrdejõu suurus sõltub seejuures mingil määral libisemise kiirusest. Sõltuvuse iseloomu määrab hõõrdepindade iseloom ja nende olek. Kõige sagedamini esinev hõõrdejõu sõltuvus kiirusest on kujutatud joonisel 46 (telgedele on kantud hõõrdejõu ja kiiruse projektsioonid liikumise suunal; need projektsioonid on vastandmärgilised). Graafikul kajastub nii seisu kui ka libisemise juht. Nagu juba märgitud, saab seisuhõõrdejõud omada väärtusi nullist kuni f_0, mida graafikul kujutab vertikaallõik. Kiiruse kasvades liugehõõrdejõud esialgu veidi väheneb, kusjuures kiiruse v nullile lähenedes ligineb hõõrdejõu suurus f_0-le. Kiiruse edasisel suurenemisel hakkab liugehõõrdejõud kasvama.

Kui hõõrdepindade olek ja iseloom ei muutu[1], osutub liugehõõrdejõud praktiliselt sõltumatuks kiirusest ning võrdseks seisuhõõrdejõu maksimumväärtusega f_0 (joon. 46, b).

Kuivhõõrdumise korral kehtivad seadused võib kokku võtta alljärgnevas: *seisuhõõrdejõu maksimumväärtus ning liugehõõrdejõud ei sõltu hõõrdepindade suurusest, nad on ligikaudu võrdelised pindu kokkusuruva normaaljõuga f_n:*

$$f_h = kf_n. \quad (19.1)$$

Hõõrdejõu sõltumatus hõõrdepinna suurusest saab silmanähtavaks järgmisest näitest. Kui keha on risttahukakujuline (telliskivi kuju) ning teda surub vastu teist keha ainult raskusjõud, siis hõõrdejõu maksimumväärtus (või liugehõõrdejõud muutumatu kiiruse juures) ei sõltu sellest, missugune tahk hõõrdub vastu teist pinda.

Dimensioonita võrdetegurit k võrrandis (19.1) nimetatakse vastavalt kas seisu- või liuge h õ õ r d e t e g u r i k s. Selle suurus sõltub hõõrdepindade olekust ja iseloomust, eriti pindade karedusest. Libisemise korral on hõõrdetegur kiiruse funktsioon.

Et anda ettekujutust hõõrdeteguri suurusest, toome selle väärtuse mõne materjali kohta.

[1] Pindade muutumise põhjuseks võib olla nende silenemine libisemisel, oksüdeerumine soojenemise tõttu jms.

T a b e l 1

Hõõrduvad materjalid	k
Metall metalliga (ilma määrdeta)	0,15...0,25
Metall puiduga	0,5
Puit puiduga	0,65
Nahk metalliga	0,6

Hõõrdejõududel on looduses väga suur osa. Igapäevases elus osutub hõõrdumine sageli kasulikuks. Tuletame meelde neid suuri raskusi, mis tekivad jalakäijatel ja sõidukitel kiilasjää korral, kui hõõrdumine teekatte ja jalakäija taldade või sõiduki rataste vahel oluliselt väheneb. Kui poleks hõõrdejõudusid, tuleks mööbel kinnitada põranda külge nagu laeval, sest põranda vähimagi mittehorisontaalsuse korral hakkaks ta libisema põranda languse suunas. Lugeja ise võib tuua palju analoogilisi näiteid.

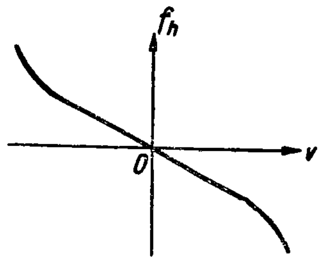
Paljudel juhtudel on hõõrdumise mõju äärmiselt ebasoovitav ning tuleb tarvitusele võtta abinõud, et seda võimalust mööda vähendada. Niisugune on olukord näiteks hõõrdumisega laagrites või ratta rummu ja telje vahel.

Kõige radikaalsem võte hõõrdejõudude vähendamiseks on liugehõõrdumise asendamine veerehõõrdumisega, mis tekib näiteks silindri- või kerakujulise keha veeremisel mööda tasast või kõverat pinda selle keha ja pinna vahel. Veerehõõrdumine allub samadele seadustele mis liugehõõrduminegi, kuid hõõrdetegurid on sel juhul palju väiksemad.

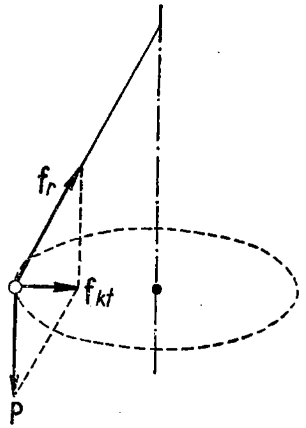
Vedelikhõõrdumine ja keskkonnatakistus. Erinevalt kuivhõõrdumisest muutub vedelikhõõrdumisjõud keha peatumisel nulliks. Seepärast tekitavad kuitahes väikesed välisjõud viskoosses keskkonnas (vedelikus või gaasis) selle kihtide suhtelise liikumise. Vedelikhõõrdumise seadusi käsitletakse vedelike mehaanikale pühendatud peatükis.

Selles paragrahvis vaatleme ainult tahke keha ja viskoosse keskkonna (vedeliku või gaasi) vahelist hõõrdumist. Tuleb silmas pidada, et keha liikumisel vedelas või gaasilises keskkonnas tekivad peale otseste hõõrdejõudude veel niinimetatud k e s k - k o n n a t a k i s t u s j õ u d, mis võivad tublisti ületada hõõrdejõudusid. Et meil pole võimalust vaadelda üksikasjaliselt nende jõudude tekkepõhjusi, siis kirjeldame seaduspärasusi, millele alluvad keskkonna takistus- ja hõõrdejõud koos, ning nimetame summaarset jõudu tinglikult hõõrdejõuks. Lühidalt on need seaduspärasused järgmised.

Hõõrdejõu suurus sõltub keha kujust ja mõõtmetest, tema pinna olukorrast, liikumiskiirusest keskkonna suhtes ning keskkonna omadusest, mida nimetatakse viskoossuseks. Joonisel 47 on kujutatud tüüpiline hõõrdejõu sõltuvus keha liikumiskiirusest



Joon. 47



Joon. 48

keskkonna suhtes. Väikeste kiiruste korral kasvab hõõrdejõud võrdeliselt kiirusega:

$$\mathbf{f}_h = -k_1\mathbf{v}, \tag{19.2}$$

kus märk — tähendab seda, et hõõrdejõud on vastassuunaline kiirusega.

Suurte kiiruste korral läheb lineaarne sõltuvus üle ruutsõltuvuseks, s. o. hõõrdejõud hakkab kasvama võrdeliselt kiiruse ruuduga:

$$\mathbf{f}_h = -k_2 v^2 \frac{\mathbf{v}}{v}. \tag{19.3}$$

Tegurid k_1 ja k_2 (neid võib nimetada hõõrdeteguriteks) sõltuvad väga suurel määral keha kujust ja mõõtmetest, tema pinna olukorrast ning keskkonna viskoossusomadustest. Nii näiteks on nad glütseriini puhul palju suuremad kui vee korral. Kiirus, mille juures seadus (19.2) läheb üle seaduseks (19.3), sõltub samadest asjaoludest.

§ 20. KÕVERJOONELISEL LIIKUMISEL ESINEVAD JÕUD

§ 9 nägime, et kõverjoonelise liikumise kiirenduse võib esitada kahe komponendi — normaalkiirenduse $\mathbf{w}_n$ ja tangentsiaalkiirenduse $\mathbf{w}_\tau$ summana. Vastavalt sellele võib ka kehale mõjuva jõu lahutada normaal- ja tangentsiaalkomponendiks $\mathbf{f}_n$ ja f_τ. Jõu normaalkomponent põhjustab kiiruse suuna muutumist, kuid ei muuda tema suurust; tangentsiaalkomponent muudab kiiruse suurust, aga ei avalda mõju tema suunale. Siit tuleneb väga oluline järeldus: kui kehale mõjuv jõud on igal hetkel risti keha kiirusega, siis kiirus, muutudes küll suuna poolest, säilitab oma arvulise väärtuse. Kui jõu arvväärtus ei muutu, on ka normaalkiirendus v^2/R (R on trajektoori raadius) jääv suurus ning keha liigub muutumatu kõverusega trajektoori (ringjoont) mööda.

Ühtlasel liikumisel mööda ringjoont on keha kiirendus ja temale mõjuv jõud alati suunatud ringjoone tsentri poole, seepärast nimetataksegi neid kesktõmbekiirenduseks ja jõuks.

Praktikas on kesktõmbekiirendus tingitud tavaliselt mitme keha üheaegsest mõjust liikuvale kehale. Vaatleme näitena keha ühtlast ringliikumist, kui sellele kehale mõjub raskusjõud **P** ja pinguloleva niidi reaktsioon $\mathbf{f}_r$ (joonis 48). Sel juhul on kesktõmbejõuks $\mathbf{f}_{kt}$ jõudude **P** ja $\mathbf{f}_r$ resultant.

§ 21. NEWTONI SEADUSTE PRAKTILISI RAKENDUSI

Newtoni teise seaduse vektorvõrrand määrab üldkujul seose jõu, keha massi ja tema kiirenduse vahel. Arvutuste tegemiseks on tarvis vektoritelt üle minna nende projektsioonidele vastavalt valitud suundadel. Seejuures kasutatakse järgmisi projektsioonide omadusi:

1) võrdsetel vektoritel on ühesugused projektsioonid;
2) kui üks vektor on saadud mingi teise vektori korrutamisel skalaariga, siis selle vektori projektsioon on võrdne teise vektori projektsiooni ja selle skalaari korrutisega;
3) vektorite summa projektsioon on võrdne liidetavate vektorite projektsioonide summaga.

Vaatleme mõningaid näiteid.

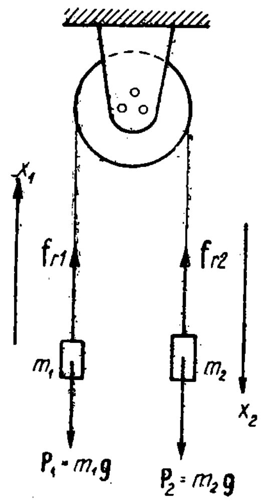
Näide 1. Kaks keha massidega m_1 ja m_2 on kinnitatud kaalutu ja venimatu niidi külge, mis ripub üle liikumatu ploki (joonis 49). Niit saab libiseda plokiratta soont mööda praktiliselt hõõrdumiseta. Määrata niidi pingus ja kehade kiirendused.

Kummalegi kehale mõjub kaks jõudu: raskusjõud **P** ja niidi reaktsioon $\mathbf{f}_r$ (taustsüsteemiks võtame Maaga seotud süsteemi, lugedes seda inertsiaalseks). Kirjutame kummagi keha kohta Newtoni teise seaduse võrrandi:

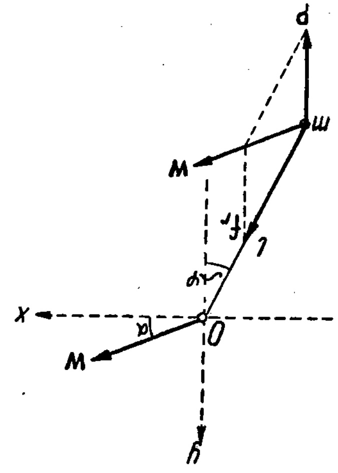
$$\left.\begin{aligned} \mathbf{P}_1 + \mathbf{f}_{r1} &= m_1\mathbf{w}_1, \\ \mathbf{P}_2 + \mathbf{f}_{r2} &= m_2\mathbf{w}_2. \end{aligned}\right\} \tag{21.1}$$

Et niit on kaalutu ning libiseb plokil hõõrdumiseta, siis on tema pingus kogu pikkuses sama. Seega on mõlemal reaktsioonijõul sama moodul f_r. Niidi venimatuse tõttu on kehade kiirendused suuruse poolest võrdsed: $w_1 = w_2 = w$.

Projitseerinud süsteemi (21.1) esimese võrrandi suunale x_1 (joonis 49) ning teise suunale x_2, saame võrrandisüsteemi:



Joon. 49



Joon. 50

$$\left.\begin{aligned} f_r - P_1 &= m_1 w, \\ P_2 - f_r &= m_2 w. \end{aligned}\right\} \qquad (21.2)$$

Lahendame selle f_r ja w suhtes ning saame:

$$w = \frac{P_2 - P_1}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g,$$

$$f_r = \frac{P_1 m_2 + P_2 m_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 m_1 m_2}{m_1 + m_2} g.$$

Kui $m_2 > m_1$, siis on w positiivne, s. o. esimese keha kiirendus w_1 on suunatud ülespoole, teise keha kiirendus w_2 allapoole. Kui aga $m_2 < m_1$, muutuvad mõlema kiirenduse suunad vastupidisteks. Kui $m_1 = m_2$, liiguvad kehad ilma kiirenduseta või on paigal.

Teades kiirendust, saab valemi (8.2) järgi määrata ka kehade kiirused.

N ä i d e 2. Keha massiga m ripub venimatu niidi otsas, mille pikkus on l (joonis 50). Punkt O, kus niidi teine ots kinnitub toe külge, liigub Maa suhtes jääva kiirendusega **w**, mis moodustab horisondiga nurga α. Määrata niidi kalle vertikaali suhtes (nurk φ) ning jõud f, millega keha mõjutab niiti.

Keha hakkab liikuma sama kiirendusega **w**, millega liigub niidi kinnituspunkt. Järelikult võtab Newtoni teise seaduse võrrand kuju:

$$\mathbf{P} + \mathbf{f}_r = m\mathbf{w}.$$

Projitseerinud selles võrrandis esinevad vektorid koordinaattelgedele x ja y, saame:

$$\left.\begin{aligned} P_x + f_{rx} &= m w_x, \\ P_y + f_{ry} &= m w_y. \end{aligned}\right\} \qquad (21.3)$$

Jooniselt 50 näeme, et

$$P_x = 0, \quad P_y = -P = -mg;$$
$$f_{rx} = f_r \sin\varphi = f \sin\varphi;$$
$$f_{ry} = f_r \cos\varphi = f \cos\varphi;$$
$$w_x = w \cos\alpha; \quad w_y = w \sin\alpha$$

(otsitav jõud **f** ja jõud $\mathbf{f}_r$ on suuruse poolest võrdsed).

Asendame projektsioonide väärtused võrranditesse (21.3):

$$0 + f \sin\varphi = m w \cos\alpha,$$
$$-mg + f \cos\varphi = m w \sin\alpha.$$

Lahendanud selle võrrandisüsteemi φ ja f suhtes, saame:

$$\tan\varphi = \frac{w \cos\alpha}{g + w \sin\alpha},$$

$$f = m\sqrt{g^2 + 2gw \sin\alpha + w^2}. \qquad (21.4)$$

Kui $\alpha = \pm\pi/2$ (märk + tähendab, et w on suunatud ülespoole, märk — märgib w suunda allapoole), saab valemist (21.4) juba tuntud valem (18.4).

§ 22. IMPULSS

Newtoni teise seaduse võrrandile

$$m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{f} \qquad (22.1)$$

saab anda teise kuju. Arvestades, et klassikalises mehaanikas on mass m konstantne suurus, võib viia ta tuletise märgi alla ning kirjutada (22.1) järgmiselt:

$$\frac{d(m\mathbf{v})}{dt} = \mathbf{f}.$$

Vektorilist suurust

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \qquad (22.2)$$

nimetatakse ainepunkti i m p u l s i k s.[1] Kasutades impulsi mõistet, saame teise seaduse võrrandi kirjutada kujul

[1] Varem kasutati nimetuse «impulss» asemel nimetust «liikumishulk».

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt}=\mathbf{f} \qquad (22.3)$$

ning seaduse enese sõnastada nii: *ainepunkti impulsi tuletis aja järgi on võrdne punktile mõjuvate jõudude resultandiga.*

Võrrandi (22.3) kehtivuspiirid on laiemad kui võrrandil (22.1). Nagu õpetab relatiivsusteooria, on keha mass tema kiiruse funktsioon: kiiruse suurenedes mass kasvab. Tõsi küll, massi sõltuvus kiirusest on selline[1], et kiiruste puhul, mis on palju väiksemad valguse kiirusest, jääb mass praktiliselt konstantseks. Kuid suurte kiiruste korral hakkab mass kiiresti kasvama, mistõttu võrrand (22.1) kaotab kehtivuse, võrrand (22.3) aga jääb ka nendes tingimustes kehtima. Nii säilitab võrrand (22.3) oma tähtsuse relativistlikus mehaanikas (vt. § 12).

Korrutanud võrrandit (22.3) dt-ga, saame seose:

$$d\mathbf{p}=\mathbf{f}dt, \qquad (22.4)$$

mille integreerimine annab impulsi juurdekasvu ajavahemikus t_1 kuni t_2:

$$\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1=\int d\mathbf{p}=\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{f}dt. \qquad (22.5)$$

Erijuhul, kui $\mathbf{f}=\text{const}$, annab valem (22.5) ajavahemikus τ toimunud impulsi juurdekasvu: $\mathbf{p}_2-\mathbf{p}_1=\mathbf{f}\tau$.

Avaldisest (22.3) järeldub, et teinud kindlaks impulsi muutuse ajas, saame määrata kehale mõjuva jõu.

§ 23. IMPULSI JÄÄVUSE SEADUS

Vaatleme N ainepunktist koosnevat süsteemi (lühiduse mõttes nimetame seda kehade süsteemiks). Süsteemi kuuluvad kehad võivad interakteeruda nii omavahel kui ka antud süsteemi mittekuuluvate kehadega. Vastavalt sellele jagunevad süsteemi kehadele mõjuvad jõud süsteemisisesteks ja -välisteks. Süsteemisisesed on jõud, millega kõik teised süsteemi kuuluvad kehad mõjutavad antud keha, välised on jõud, mis on tingitud süsteemi mittekuuluvate kehade mõjust.

Juhul kui välisjõud puuduvad, nimetatakse süsteemi i s o l e e r i t u k s.

[1] Seda sõltuvust kujutab valem

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

kus m on keha mass taustsüsteemis, mille suhtes keha liigub kiirusega v, m_0 on seisumass, s. o. mass juhul, kui $v=0$, c — valguse kiirus vaakumis.

Süsteemi impulsiks $\mathbf{p}$ nimetatakse süsteemi moodustavate kehade impulsside geomeetrilist summat:

$$\mathbf{p}=\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\ldots+\mathbf{p}_N=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{p}_i.$$

Süsteemi i n e r t s i k e s k m e k s nimetatakse punkti, mille asukoha ruumis määrab raadiusvektor

$$\mathbf{r}_c=\frac{m_1\mathbf{r}_1+m_2\mathbf{r}_2+\ldots+m_N\mathbf{r}_N}{m_1+m_2+\ldots+m_N}=$$

$$=\frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{\sum m_i}=\frac{\sum m_i\mathbf{r}_i}{m}, \qquad (23.1)$$

kus m_i on i-nda keha mass, $\mathbf{r}_i$ — selle keha asukohta määrav raadiusvektor, m — süsteemi mass.

Inertsikeskme koordinaadid ristteljestikus on võrdsed raadiusvektori $\mathbf{r}_c$ projektsioonidega koordinaattelgedel:

$$x_c=\frac{\sum m_ix_i}{m};\quad y_c=\frac{\sum m_iy_i}{m};\quad z_c=\frac{\sum m_iz_i}{m}. \qquad (23.2)$$

Märgime, et inertsikese ühtib süsteemi raskuskeskmega.[1]

Inertsikeskme kiirus saadakse raadiusvektori $\mathbf{r}_c$ diferentseerimisel aja järgi:

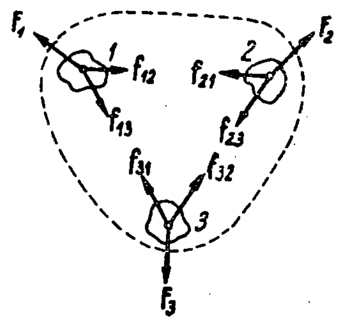
$$\mathbf{v}_c=\dot{\mathbf{r}}_c=\frac{\sum m_i\dot{\mathbf{r}}_i}{m}=\frac{\sum m_i\mathbf{v}_i}{m}.$$

Arvestades, et $m_i\mathbf{v}_i$ on $\mathbf{p}_i$, $\sum\mathbf{p}_i$ aga annab süsteemi impulsi $\mathbf{p}$, võime kirjutada

$$\mathbf{p}=m\mathbf{v}_c. \qquad (23.3)$$

Seega on süsteemi impulss võrdne süsteemi massi ja tema inertsikeskme kiiruse korrutisega.

Koosnegu süsteem kolmest kehast (joon. 51). Igale süsteemisisesele jõule, näiteks jõule $\mathbf{f}_{12}$, millega keha *2* mõjub kehale *1*, vastab jõud $\mathbf{f}_{21}$, millega keha *1* mõjub kehale *2*, kusjuures Newtoni kolmanda seaduse järgi $\mathbf{f}_{12}=-\mathbf{f}_{21}$. Sümbolitega $\mathbf{F}_1$, $\mathbf{F}_2$ ja $\mathbf{F}_3$ on tähistatud resultantjõud, mis on tingitud süsteemivälistest mõjudest ning rakendatud vastavalt kehadele *1*, *2* ja *3*.



Joon. 51

Kirjutame iga keha kohta võrrandi (22.3):

[1] See kehtib ainult homogeenses raskusjõudude väljas (vt. § 41).

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_1=\mathbf{f}_{12}+\mathbf{f}_{13}+\mathbf{F}_1,$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_2=\mathbf{f}_{21}+\mathbf{f}_{23}+\mathbf{F}_2,$$

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_3=\mathbf{f}_{31}+\mathbf{f}_{32}+\mathbf{F}_3.$$

Liidame need kolm võrrandit. Süsteemisiseste jõudude summa on null, seepärast

$$\frac{d}{dt}(\mathbf{p}_1+\mathbf{p}_2+\mathbf{p}_3)=\frac{d}{dt}\mathbf{p}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2+\mathbf{F}_3. \qquad (23.4)$$

Välisjõudude puudumisel saame

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}=0,$$

järelikult on isoleeritud süsteemi impulss jääv.

Selle tulemuse saab kergesti laiendada üldjuhule, kui süsteem koosneb N kehast, kusjuures N on suvaline arv. Võrrandi (22.3) võime kirjutada süsteemi iga keha kohta kujul

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}_i=\sum_{k\neq i}\mathbf{f}_{ik}+\mathbf{F}_i \qquad (i=1,\ 2,\ \ldots,\ N). \qquad (23.5)$$

Avaldis (23.5) kujutab endast N võrrandist koosnevat süsteemi, kusjuures need võrrandid erinevad üksteisest indeksi i poolest. Igas võrrandis toimub summeerimine indeksi k järgi, kusjuures i-ndas võrrandis saab k kõik väärtused 1 kuni N, välja arvatud $k=i$.

Liites need võrrandid ja arvestades, et $\mathbf{f}_{ik}=-\mathbf{f}_{ki}$, saame:

$$\frac{d}{dt}\mathbf{p}=\sum_{i=1}^{N}\mathbf{F}_i. \qquad (23.6)$$

Järelikult on süsteemi impulsivektori tuletis aja järgi võrdne kõikide süsteemi kehadele rakendatud jõudude vektorsummaga.

Isoleeritud süsteemi korral on seose (23.6) parem pool null, mistõttu $\mathbf{p}$ ei sõltu ajast. See ongi impulsi jäävuse seaduse sisu; seaduse enda võib sõnastada järgmiselt: *ainepunktide isoleeritud süsteemi impulss on jääv.*

Märgime veel, et süsteemi impulss jääb muutumatuks ka sel juhul, kui süsteemile mõjuvate välisjõudude summa on null. Kui välisjõudude summa polegi null, ent nende jõudude projektsioonide summa mingil suunal on null, siis jääb konstantseks impulsi vastavasuunaline komponent. Tõepoolest, projitseerinud võrrandi (23.6) kõik suurused suvalisele suunale x ning arvestanud, et

$$\left(\frac{d}{dt}\mathbf{p}\right)_{pr\,x}=\frac{d}{dt}p_x\,^{1},$$

saame

$$\frac{d}{dt}p_x=\sum_{i=1}^{N}F_{xi}, \qquad (23.7)$$

kust järeldubki eespool sõnastatud väide.

Vastavalt definitsioonile (23.3) järeldub impulsi jäävuse seadusest, et isoleeritud süsteemi inertsikese kas liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt või jääb paigale.

Võib nimetada paljusid nähtusi, mille aluseks on impulsi jäävuse seadus. Seistes näiteks libedal põrandal on võimatu nihutada paigast mõnda rasket eset, ilma et te ise ei hakkaks libisema vastassuunas. Rakettide (ja reaktiivmootorite) töö põhineb asjaolul, et kütteaine põlemisel tekkinud gaaside väljapaiskumisel raketi düüsist saab rakett impulsi, mis on võrdvastupidine väljapaisatud gaaside impulsiga.

---

[1] Vt. valemeid (2.11).