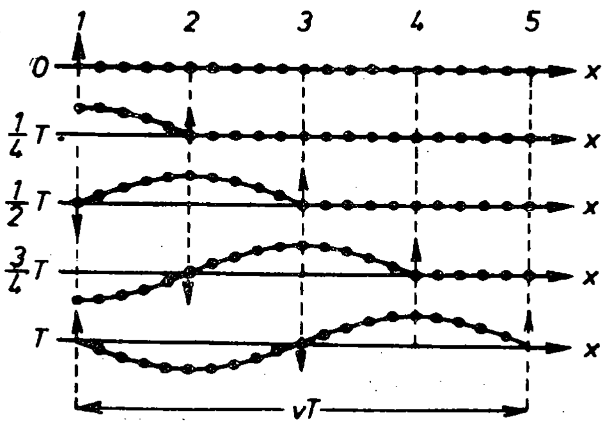
Kümnes peatükk

LAINED

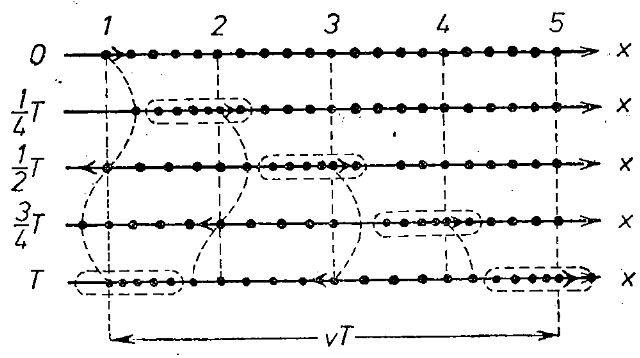
§ 77. LAINETE LEVIMINE ELASTSES KESKKONNAS

Kui elastse keskkonna (tahke, vedela või gaasilise) ühes kohas panna keskkkonnaosakesed võnkuma, hakkab see võnkumine osakeste interaktsiooni tõttu levima osakeselt osakesele teatud kiirusega v. Võnkumiste ruumis levimise protsessi nimetatakse **laineks**.

Laine levimisel keskkonnas ei kandu keskkonnaosakesed lainega kaasa, nad ainult võnguvad oma tasakaaluasendi läheduses. Olenevalt võnkumiste sihi ja laine levimissuuna vastastikusest asetusest eristatakse piki- ja ristlaineid. Pikilaine puhul võnguvad keskkonnaosakesed laine levimise sihis, ristlaines — risti laine levimise suunaga. Mehaanilised ristlained saavad tekkida vaid niisugustes keskkondades, kus esineb takistus nihkedeformatsioonile, seepärast võivad vedelates ja gaasilistes keskkondades esineda ainult pikilained. Tahkes keskkonnas on võimalikud nii piki- kui ristlained.



Joon. 192



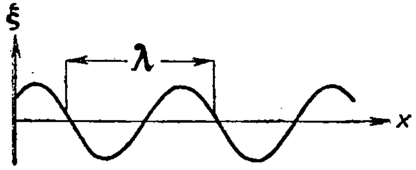
Joon. 193

Joonisel 192 on näidatud osakeste liikumine ristlaine levimisel keskkonnas. Numbritega *1*, *2*, *3* jne. on tähistatud osakesed, mis asuvad üksteisest kaugusel $\frac{1}{4}vT$, see on vahemaa, mille võrra laine levib osakeste võnkumise veerandperioodi kestel. Ajaarvestamise alghetkel on vasakult paremale leviv laine jõudnud osakeseni *1*, mistõttu see hakkab liikuma tasakaaluasendist ülespoole, tõmmates kaasa ka järgmisi osakesi. Veerandperioodi möödudes on osake *1* ülemises äärmises asendis, samal ajal hakkab tasakaaluasendist ülespoole liikuma osake *2*. Veel veerand perioodi hiljem läbib osake *1* allapoole liikudes tasakaaluasendi, teine osake on ülemises äärmises asendis, kolmas aga hakkab liikuma tasakaaluasendist ülespoole. Ajahetkel T lõpetab esimene osake oma võnkumiste tsükli ning on samas asendis nagu algul. Laine on hetkeks T läbinud tee pikkusega vT ning jõudnud osakeseni *5*.

Joonisel 193 on kujutatud osakeste liikumine pikilaine levimisel keskkonnas. Kogu arutluskäik osakeste käitumisest ristlaines on rakendatav ka antud juhul, ainult osakeste hälbed üles-alla tuleb asendada hälvetega paremale-vasakule. Nagu näha jooniselt 193, tekivad pikilaine levimisel keskkonnas järjestikused keskkonna tihendused ja hõrendused (osakeste tihendused on joonisel ümbritsetud punktiiriga), mis liiguvad laine levimise suunas kiirusega v.

Niikaua kuni eksisteerib laine, võnguvad keskkonnaosakesed oma tasakaaluasendite ümber, kusjuures, nagu näha joonistelt 192 ja 193, erinevate osakeste võnkumised toimuvad faasinihkega. Osakesed, mis paiknevad üksteisest kaugusel vT [1], võnguvad ühesuguses faasis (faasimuutus 2π võrra mingit mõju ei avalda). Kahe lähima ühesuguses faasis võnkuva punkti vahemaad nime-

[1] Peetakse silmas seda, et kaugusel vT üksteisest on vastavate osakeste tasakaaluasendid.



Joon. 194

tatakse **lainepikkuseks** (vt. joon. 194, mis kujutab sõltuvust osakeste hälvete ξ ja laine levimissuunalise kauguse x vahel). Ilmselt võrdub lainepikkus kaugusega, mille võrra laine levib perioodi kestel:

$$\lambda = vT. \tag{77.1}$$

Asendanud viimases valemis perioodi T sageduse ν pöördväärtusega $1/\nu$ (vt. (62.9)), saame

$$\lambda\nu = v. \tag{77.2}$$

Viimase seose võib tuletada ka järgmistest kaalutlustest. Ajaühikus sooritab laineallikas ν võnget, tekitades igal võnkel ühe laineharja ja ühe nõo. Hetkeks, mil allikas lõpetab ν-nda võnkumise, jõuab esimene hari läbida tee pikkusega v. Järelikult peab ν harja ja ν nõgu mahtuma lõigule pikkusega v.

Tegelikult ei võngu mitte ainult teljel x olevad osakesed, nagu see on kujutatud joonistel 192 ja 193, vaid teatud ruumiosas paiknev osakeste kogum. Levimisel haarab lainetus ikka uusi ja uusi ruumiosi. Ajahetkeks t levib võnkumine teatavate punktideni, mille geomeetriline koht kannab nimetust **lainefront**. Lainefront on pind, mis eraldab laineprotsessist haaratud ruumiosa piirkonnast, kus võnkumisi veel ei ole.

Ühesuguses faasis võnkuvate punktide geomeetrilist kohta nimetatakse **samafaasipinnaks**. Niisuguse pinna võib tõmmata läbi laineprotsessist haaratud ruumiosa mistahes punkti. Järelikult on samafaasipindu lõpmata palju, lainefronte aga igal ajahetkel ainult üks. Samafaasipinnad on liikumatud (nad läbivad ühesuguses faasis võnkuvate osakeste tasakaaluasendeid), lainefront liigub aga kogu aeg edasi.

Samafaasipinnad võivad olla igasuguse kujuga. Lihtsaimal juhul on nad tasapinnad või sfäärid. Lainet nimetatakse siis vastavalt tasa- või keralaineks. Tasalaines moodustavad samafaasipinnad omavahel paralleelsete tasapindade kogumi, keralaines — kontsentriliste sfääride süsteemi.

§ 78. TASA- JA KERALAINE VÕRRANDID

Lainevõrrandiks nimetatakse avaldist, mis määrab võnkuva punkti hälbe olenevalt tema koordinaatidest x, y, z[1] ja ajast t:

$$\xi = \xi(x, y, z;\ t). \tag{78.1}$$

Funktsioon (78.1) peab olema perioodiline nii aja kui ka koordinaatide x, y, z suhtes. Perioodilisus ajas järeldub sellest, et ξ

[1] Peetakse silmas punkti tasakaaluasendi koordinaate.

kirjeldab võnkumist, kui punkti koordinaadid on x, y, z. Perioodilisus koordinaatide suhtes järeldub sellest, et punktid, mis asuvad üksteisest kaugusel λ, võnguvad ühtemoodi.

Määrame funktsiooni ξ kuju tasalaine korral, oletades, et võnkumised on harmoonilised. Ülesande lihtsustamiseks suuname koordinaatteljed nii, et x-telg ühtiks laine levimise suunaga. Siis on samafaasipinnad x-teljega risti ning et kõik samafaasipinna punktid võnguvad ühtemoodi, sõltub hälve ξ ainult koordinaadist x ja ajast t:

$$\xi = \xi(x, t).$$

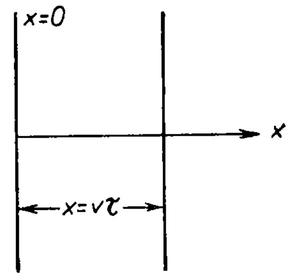
Olgu kõikide tasapinnas $x=0$ asuvate punktide võnkumise võrrand

$$\xi(0, t) = a \cos \omega t.$$

Leiame võnkumise võrrandi osakeste jaoks, mis asuvad x suvalisele väärtusele vastavas tasapinnas.

Vahemaa tasapinnast $x=0$ selle suvaliselt valitud tasapinnani läbib laine ajaga

$$\tau = \frac{x}{v},$$



Joon. 195

kus v on laine levimise kiirus. Järelikult hilinevad tasapinnas x asuvate osakeste võnkumised tasapinnas $x=0$ asuvate osakeste võnkumise suhtes τ võrra, seega on nende võnkumiste võrrand

$$\xi(x, t) = a \cos \omega(t - \tau) = a \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Niisiis saame kirjutada tasalaine võrrandi järgmisel kujul:

$$\xi = a \cos \omega\left(t - \frac{x}{v}\right). \tag{78.2}$$

Suurus ξ võrrandis (78.2) on suvalise punkti koordinaadiga x hälve ajahetkel t. Valemi (78.2) tuletamisel oletasime, et amplituud on kõikides punktides ühesugune. Tasalaine korral on see nii juhul, kui laine energia ei neeldu keskkonnas.

Fikseerime mingi faasiväärtuse võrrandis (78.2), võttes

$$\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) = \text{const}. \tag{78.3}$$

Avaldis (78.3) seob omavahel ajahetke t ja seda kohta x, kus fikseeritud faasiväärtus antud hetkel esineb. Määranud sellest järelduva $\frac{dx}{dt}$ väärtuse, saame kiiruse, millega antud faasiväärtus liigub. Diferentseerinud avaldise (78.3), saame

$$dt-\frac{1}{v}\,dx=0,$$

kust

$$\frac{dx}{dt}=v. \tag{78.4}$$

Seega on laine levimise kiirus võrrandis (78.2) faasi edasiliikumise kiirus, mistõttu teda nimetatakse faasikiiruseks. Valemist (78.4) järeldub, et laine (78.2) kiirus on positiivne. Järelikult kirjeldab võrrand (78.2) lainet, mis levib x kasvamise suunas. Vastassuunas leviva laine võrrand on

$$\xi=a\cos\omega\left(t+\frac{x}{v}\right). \tag{78.5}$$

Tõepoolest, võttes laine (78.5) faasi konstantseks ning diferentseerides seda avaldist, saame

$$\frac{dx}{dt}=-v,$$

kust järeldubki, et laine (78.5) levib x kahanemise suunas.

Tasalaine võrrandile saame anda t ja x suhtes sümmeetrilise kuju. Selleks võtame kasutusele nõndanimetatud lainearvu k:

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}. \tag{78.6}$$

Valemitest (77.1) ja (78.6) järeldub, et lainearvu k, ringsageduse ω ja faasikiiruse v vahel valitseb seos

$$v=\frac{\omega}{k}. \tag{78.7}$$

Asendanud võrrandis (78.2) v tema väärtusega (78.7) ning viinud ω sulgude sisse, saame tasalaine võrrandi järgmisel kujul:

$$\xi=a\cos(\omega t-kx). \tag{78.8}$$

x kahanemise suunas leviva laine võrrand erineb võrrandist (78.8) ainult märgi poolest liikme kx ees.

Tuletame nüüd keralaine võrrandi. Igal reaalsel laineallikal on teatud mõõtmed, kuid teda võib lugeda punktallikaks, vaadeldes lainet allika mõõtmeid tunduvalt ületaval kaugusel.

Juhul kui laine levimise kiirus on kõikides suundades ühesugune, on punktallika tekitatud laine sfääriline. Oletame, et allika võnkumise faas on ωt. Siis võnguvad samafaasipinnal raadiusega r asuvad punktid faasiga $\omega(t-r/v)$ (lainel kulub vahemaa r läbimiseks aeg $\tau=r/v$). Võnkumise amplituud ei jää nüüd konstantseks isegi siis, kui laine energia keskkonnas ei neeldu: amplituud kahaneb kaugusega allikast seaduse $1/r$ järgi (vt. § 82). Järelikult saame keralaine võrrandiks

$$\xi=\frac{a}{r}\cos\omega\left(t-\frac{r}{v}\right), \tag{78.9}$$

kus a on konstant, mis arvuliselt on võrdne amplituudiga ühikulisel kaugusel allikast. Suuruse a dimensioon on võrdne amplituudi ja pikkuse r dimensioonide korrutisega.

Tuletame meelde, et algul tehtud oletuste tõttu kehtib võrrand (78.9) vaid niisuguste r väärtuste puhul, mis on tunduvalt suuremad allika mõõtmetest. Kui r läheneb nullile, saab amplituudi avaldis lõpmata suureks. Niisugune absurdne tulemus seletub sellega, et võrrand pole rakendatav väikeste r väärtuste korral.

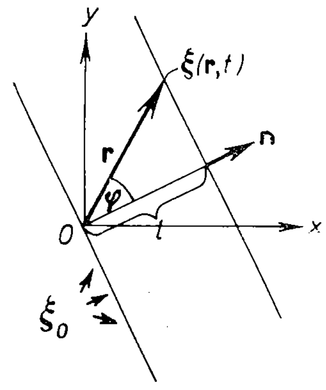
§ 79. SUVALISES SUUNAS LEVIVA TASALAINE VÕRRAND

Eelmises paragrahvis tuletasime telje x suunas leviva tasalaine võrrandi. Tuletame nüüd niisuguse tasalaine võrrandi, mille levimise suund moodustab koordinaattelgedega x, y, ja z nurgad α, β ja γ. Olgu koordinaatide alguspunkti läbivas tasapinnas asuvate punktide võnkumise võrrand (joon. 196)

$$\xi=a\cos\omega t. \tag{79.1}$$

Vaatleme samafaasipinda (tasapinda), mis asub koordinaatide alguspunktist kaugusel l. Selles tasapinnas toimuvad võnkumised hilinevad võnkumiste (79.1) suhtes $\tau=l/v$ võrra:

$$\xi=a\cos\omega\left(t-\frac{l}{v}\right). \tag{79.2}$$



Joon. 196

Avaldame kauguse l vaadeldava pinna punktide raadiusvektori $\mathbf{r}$ kaudu. Selleks võtame kasutusele samafaasipinna normaali ühikvektori $\mathbf{n}$. Lihtne on veenduda, et vektori $\mathbf{n}$ ja pinna suvalise punkti raadiusvektori $\mathbf{r}$ skalaarkorrutis on võrdne l:

$$\mathbf{nr}=r\cos\varphi=l. \tag{79.3}$$

Asendame võrrandis (79.2) l avaldisega (79.3) ning viime ω sulgude sisse. Nii saame

$$\xi=a\cos\left(\omega t-\frac{\omega}{v}\,\mathbf{nr}\right). \tag{79.4}$$

Suhe ω/v on võrdne lainearvuga k (vt. (78.7)). Vektorit

$$\mathbf{k}=k\mathbf{n}, \tag{79.5}$$

mille moodul on võrdne lainearvuga $k=2\pi/\lambda$ ning mis on suunatud mööda samafaasipinna normaali, nimetatakse **lainevektoriks**. Viinud võrrandisse (79.4) lainevektori **k**, saame

$$\xi(\mathbf{r}, t) = a \cos(\omega t - \mathbf{kr}). \tag{79.6}$$

Funktsioon (79.6) määrab punkti raadiusvektoriga $\mathbf{r}$[1] hälbe tasakaaluasendist ajahetkel t.

Selleks et punkti raadiusvektorilt üle minna tema koordinaatidele x, y, z, avaldame skalaarkorrutise **kr** koordinaattelgedele projitseeritud vektorite kaudu:

$$\mathbf{kr} = k_x x + k_y y + k_z z.$$

Siis võtab tasalaine võrrand kuju

$$\xi(x, y, z; t) = a \cos(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z), \tag{79.7}$$

kus $k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\alpha$, $k_y = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\beta$, $k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos\gamma$. Funktsioon (79.7) määrab punkti koordinaatidega x, y, z hälbe ajahetkel t. Juhul kui **n** ühtib teljega x, on $k_x = k$, $k_y = k_z = 0$ ning võrrandist (79.7) saab võrrand (78.8)

Mõnikord kirjutatakse tasalaine võrrand kujul

$$\xi = \mathrm{Re}\, a e^{i(\omega t - \mathbf{kr})}, \tag{79.8}$$

aga sageli jäetakse märk «Re» ära ning kirjutatakse lihtsalt

$$\xi = a e^{i(\omega t - \mathbf{kr})}, \tag{79.9}$$

mis tähendab seda, et arvesse tuleb ainult avaldise reaalosa.

§ 80. LAINEVÕRRAND

Tuleb välja, et iga laine võrrand on teatud diferentsiaalvõrrandi lahend. Seda diferentsiaalvõrrandit nimetatakse lainevõrrandiks. Viimase kuju kindlakstegemiseks kõrvutame tasalainet kirjeldava funktsiooni (79.7) koordinaatide ja aja järgi võetud teist järku osatuletisi. Diferentseerinud (79.7) kaks korda kummagi muutuja järgi, saame

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = -\omega^2 a \cos(\omega t - \mathbf{kr}) = -\omega^2 \xi, \tag{80.1}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &= -k_x^2 a \cos(\omega t - \mathbf{kr}) = -k_x^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} &= -k_y^2 a \cos(\omega t - \mathbf{kr}) = -k_y^2 \xi, \\ \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} &= -k_z^2 a \cos(\omega t - \mathbf{kr}) = -k_z^2 \xi. \end{aligned}\right\} \tag{80.2}$$

[1] Peetakse silmas võnkuva punkti tasakaaluasendit määravat raadiusvektorit.

Liidame võrrandid (80.2):

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = -(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)\xi = -k^2 \xi. \tag{80.3}$$

Nüüd, kõrvutades võrrandeid (80.1) ja (80.3), leiame, et

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{k^2}{\omega^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

Ning siis, võttes arvesse, et (78.7) kohaselt $\frac{k^2}{\omega^2} = \frac{1}{v^2}$, saame lõplikult

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \tag{80.4}$$

[1]

Võrrand (80.4) ongi otsitav lainevõrrand. Pole raske veenduda, et lainevõrrandit rahuldab peale funktsiooni (79.7) ka iga funktsioon

$$f(x, y, z; t) = f(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z). \tag{80.5}$$

Tõepoolest, tähistades (80.5) paremal poolel sulgudes oleva avaldise tähega ζ, saame

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{df}{d\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = f'\omega, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \omega \frac{df'}{d\zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = f''\omega^2. \tag{80.6}$$

Analoogiliselt

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = k_x^2 f''; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = k_y^2 f''; \quad \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = k_z^2 f''. \tag{80.7}$$

Teinud võrrandis (80.4) asendused (80.6) ja (80.7), veendume, et funktsioon (80.5) rahuldab lainevõrrandit, kui võtta $v = \omega/k$.

Iga funktsioon, mis rahuldab lainevõrrandit (80.4), kirjeldab mingit lainet, kusjuures ruutjuur $\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$ ees oleva koefitsiendi pöördväärtusest määrab selle laine faasikiiruse. Olenevalt võrrandi (80.4) juurde antud lisatingimustest saame ühe või teise laine.

[1] Võrrandi vasaku poole saame kirjutada kompaktsemalt Laplace'i operaatori Δ abil. Laplace'i operaatoriga tähistatakse sümboolselt tehete kompleksi, mis annab muutujate x, y, z funktsioonist nende muutujate järgi võetud teist järku osatuletiste summa:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}.$$

Kasutades Laplace'i operaatorit, saame võrrandi (80.4) kirjutada kujul

$$\Delta \xi = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}.$$

§ 81. ELASTSUSLAINETE LEVIMISE KIIRUS

Levigu telje x suunas tasapinnaline pikilaine. Eraldame keskkonnas silindrilise ruumiosa kõrgusega Δx ning põhjapindalaga S (joon. 197). Erinevate koordinaatidega x osakeste hälbed ξ on igal ajahetkel erinevad (vt. joonist 194, kus on kujutatud hälvet ξ koordinaadi x funktsioonina). Kui silindrikese aluse koordinaadiga x hälve mingil ajahetkel on ξ, siis teise aluse koordinaadiga $x+\Delta x$ hälve on $\xi+\Delta\xi$. Seega on vaadeldav ruumiosa deformeerunud — pikenenud $\Delta\xi$ võrra ($\Delta\xi$ on algebraline suurus; $\Delta\xi<0$ vastab silindrikese kokkusurumisele) ehk kogu silindrike on saanud suhtelise pikenemise $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$. Suurus $\frac{\Delta\xi}{\Delta x}$ määrab silindrikese keskmise deformatsiooni. Et ξ ei muutu lineaarselt x muutudes, siis on tõeline deformatsioon silindri eri lõigetes erinev. Deformatsiooni ε lõikes x saame, kui laseme Δx läheneda nullile. Järelikult

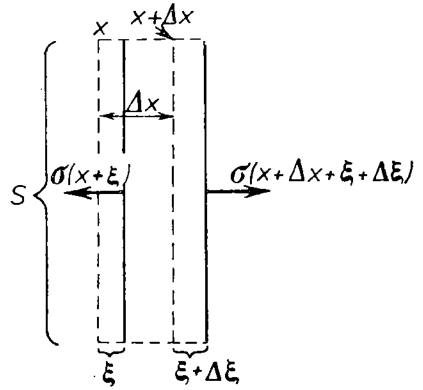
$$\varepsilon=\frac{\partial\xi}{\partial x} \tag{81.1}$$

(osatuletise märk on võetud sellepärast, et ξ sõltub peale koordinaadi x veel ka ajast t).

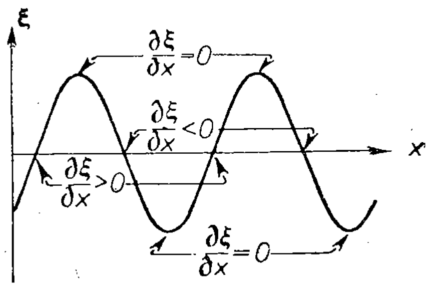
Venitusdeformatsiooni olemasolu annab tunnistust normaalpinge σ esinemisest. Väikeste deformatsioonide korral on σ võrdeline deformatsiooni suurusega. Vastavalt seosele (45.5)

$$\sigma=E\varepsilon=E\frac{\partial\xi}{\partial x}, \tag{81.2}$$

kus E on keskkonna joonelastsusmoodul.



Joon. 197



Joon. 198

Märgime, et suhteline deformatsioon $\frac{\partial\xi}{\partial x}$, järelikult ka pinge σ, sõltub fikseeritud ajahetkel koordinaadist x (joon. 198). Kohtades, kus osakeste hälbed tasakaaluasendist on maksimaalsed, on deformatsioon ja pinge võrdsed nulliga. Seal aga, kus osakesed läbivad tasakaaluasendi, saavutavad deformatsioon ja pinge maksimaalväärtuse, kusjuures positiivsed ja negatiivsed deformatsioonid (s. o. tõmme ja surve) järgnevad üksteisele. Vastavalt sellele, nagu juba märgitud § 77, koosneb pikilaine keskkonna järjestikustest hõrendustest ja tihendustest.

Vaatleme uuesti joonisel 197 kujutatud silindrilist ruumiosa ning kirjutame selle liikumise võrrandi. Võtnud väga väikese Δx, võime silindrikese kiirenduseks lugeda $\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$. Silindrikese mass on $\varrho S\Delta x$, kus ϱ on deformeerimata keskkonna tihedus. Silindrikesele mõjuv jõud on võrdne tema põhjapindala S ja lõigetele $(x+\Delta x+\xi+\Delta\xi)$ ning $(x+\xi)$ vastavate normaalipingete vahe korrutisega:

$$f=SE\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_{x+\Delta x+\xi+\Delta\xi}-\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_{x+\xi}\right]. \tag{81.3}$$

Väikeste δ väärtuste korral võime suuruse $\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_{x+\delta}$ küllalt suure täpsusega esitada kujul

$$\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_{x+\delta}=\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_x+\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)\right]_x\delta=\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_x+\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\delta, \tag{81.4}$$

kus sümboli $\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$ all mõistetakse funktsiooni ξ teist tuletist argumendi x järgi lõikes x.

Suuruste Δx, ξ ja $\Delta\xi$ väiksuse tõttu rakendame avaldisele (81.3) teisendust (81.4):

$$f=SE\left\{\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_x+\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}(\Delta x+\xi+\Delta\xi)\right]-\right.$$
$$\left.-\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)_x+\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\xi\right]\right\}=SE\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}(\Delta x+\Delta\xi)\approx SE\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\Delta x$$

(elastsete deformatsioonide korral on suhteline pikenemine $\frac{\partial\xi}{\partial x}$ palju väiksem kui 1, seepärast on $\Delta\xi\ll\Delta x$ ning liidetava $\Delta\xi$ summas $\Delta x+\Delta\xi$ võime jätta arvestamata).

Asendades Newtoni teise seaduse valemis massi, kiirenduse ja jõu avaldised, saame

$$\varrho S\Delta x \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=SE\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\Delta x.$$

Lõpuks, pärast selle võrrandi jagamist korrutisega $S\Delta x$, on tulemuseks

$$\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}=\frac{\varrho}{E}\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}, \tag{81.5}$$

s. o. lainevõrrand (80.4) niisugusel erijuhul, kus ξ ei sõltu koordinaatidest y ja z.

Kõrvutades võrrandeid (81.5) ja (80.4), leiame, et

$$v=\sqrt{\frac{E}{\varrho}}. \tag{81.6}$$

Seega on elastsus-pikilainete faasikiirus võrdne ruutjuurega keskkonna joonelastsusmooduli ja tema tiheduse suhtest.

Analoogilised arvutused annaksid ristlainete levimise kiiruseks avaldise

$$v=\sqrt{\frac{G}{\varrho}}, \tag{81.7}$$

kus G on keskkonna nihkeelastsusmoodul.

§ 82. ELASTSUSLAINE ENERGIA

Eraldame keskkonnas, kus levib tasapinnaline pikilaine, elementaarruumala ΔV, mis on nii väike, et me võime deformatsioone ja liikumiskiirusi selle ruumiosa kõikides punktides lugeda ühesugusteks ning võrdseteks vastavalt $\frac{\partial\xi}{\partial x}$ ja $\frac{\partial\xi}{\partial t}$.

Kooskõlas valemiga (45.15) on eraldatud ruumiosal elastse deformatsiooni tõttu potentsiaalne energia

$$\Delta E_p=\frac{E\varepsilon^2}{2}\Delta V=\frac{E}{2}\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\Delta V,$$

kus $\varepsilon=\frac{\partial\xi}{\partial x}$ on suhteline pikenemine ning E keskkonna joonelastsusmoodul.

Asendame selles avaldises joonelastsusmooduli E valemist (81.6) $E=\varrho v^2$ (ϱ on keskkonna tihedus, v — laine faasikiirus). Siis võtab ruumalas ΔV sisalduva potentsiaalse energia avaldis kuju

$$\Delta E_p=\frac{\varrho v^2}{2}\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\Delta V. \tag{82.1}$$

Vaadeldav ruumiosa omab ka kineetilist energiat

$$\Delta E_k=\frac{\varrho}{2}\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2\Delta V \tag{82.2}$$

$\left(\varrho\Delta V\right.$ on antud ruumiosa mass, $\left.\frac{\partial\xi}{\partial t}\text{ — tema kiirus}\right)$. Summeerinud avaldised (82.1) ja (82.2), saame koguenergia

$$\Delta E=\Delta E_k+\Delta E_p=\frac{1}{2}\varrho\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2+v^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\right]\Delta V.$$

Jagades energia ΔE ruumalaga ΔV, milles see energia sisaldub, saame energia ruumtiheduse

$$u=\frac{1}{2}\varrho\left[\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2+v^2\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^2\right]. \tag{82.3}$$

Tasalaine võrrandi (78.2) diferentseerimine t ja x järgi annab

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=-\omega a\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right),$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=\frac{\omega}{v}a\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right).$$

Teinud niisugused asendused võrrandis (82.3), saame:

$$u=\varrho a^2\omega^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)=\varrho a^2\omega^2\sin^2(\omega t-kx). \tag{82.4}$$

Ristlaine puhul saadakse energia ruumtiheduse jaoks samasugune avaldis.

Nagu järeldub valemist (82.4), on energia ruumtihedus igal ajahetkel ruumi eri punktides erinev. Ühes ja samas punktis muutub energiatihedus ajaga nagu siinuse ruut. Et siinuse ruudu keskmine väärtus on $1/2$, siis energia ruumtiheduse keskmine väärtus (aja järgi) igas punktis on

$$\bar{u}=\frac{1}{2}\varrho a^2\omega^2. \tag{82.5}$$

Energia ruumtihedus (82.4), samuti selle keskmine väärtus (82.5), on võrdelised keskkonnatihedusega ϱ, sageduse ω ruuduga ja laineamplituudi a ruuduga. Selline sõltuvus esineb nii konstantse amplituudiga tasalaine korral kui ka teiste laineliikide puhul.

Niisiis omab keskkond, milles on tekitatud laine, lisaenergiavaru. See lähtub laineallikast ning laine ise kannab ta keskkonna eri punktidesse laiali, järelikult kannab laine enesega energiat. Energiahulka, mis ajaühiku kestel kandub läbi teatud pinna, nimetatakse **e n e r g i a v o o k s** Φ läbi selle pinna. Energiavoog on skalaarne suurus, mille dimensioon on võrdne energia ja aja dimensioonide suhtega, ühtides seega võimsuse dimensiooniga. Vastavalt sellele võime energiavoogu Φ mõõta ergides sekundi kohta, vattides jne.

Energiavoo intensiivsus võib keskkonna eri punktides olla erinev. Energia voolamise kirjeldamiseks ruumi eri punktides on võetud kasutusele nn. **e n e r g i a v o o   t i h e d u s**. See suurus on arvuliselt võrdne energiavooga läbi ühikulise pinnatüki, mis on asetatud antud punkti risti energia levimise suunaga. Energiavoo tiheduse vektori suund ühtib energia edasikandumise suunaga.

Olgu pinnatükike $\Delta S_{\perp}$ risti laine levimise suunaga ja läbigu teda ajavahemikus Δt energia ΔE. Definitsiooni kohaselt on energiavoo tihedus

$$j=\frac{\Delta E}{\Delta S_{\perp}\Delta t}. \tag{82.6}$$

Arvestades seda, et $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ on energiavoog $\Delta\Phi$ läbi pinnatüki $\Delta S_{\perp}$, võime kirjutada

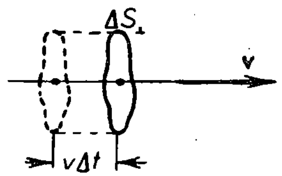
$$j=\frac{\Delta\Phi}{\Delta S_{\perp}}. \tag{82.7}$$

Läbi pinnatüki $\Delta S_{\perp}$ (joon. 199) kandub aja Δt jooksul energia ΔE, mis sisaldub silindrikujulises ruumis põhjapindalaga $\Delta S_{\perp}$ ning kõrgusega $v\Delta t$ (v on laine faasikiirus). Kui silindrikese mõõtmed on küllalt väikesed ($\Delta S_{\perp}$ ja Δt väiksuse tõttu), nii et energiatiheduse võime silindrikese kõikides punktides ühesuguseks lugeda, siis saame määrata ΔE kui energia tiheduse u ja silindrikese ruumala $\Delta S_{\perp} v\Delta t$ korrutise:

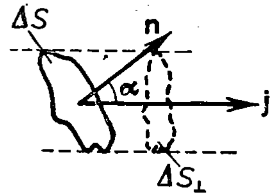
$$\Delta E=u\Delta S_{\perp} v\,\Delta t.$$

Teinud niisuguse asenduse valemis (82.6), saame

$$j=uv. \tag{82.8}$$



Joon. 199



Joon. 200

Käsitades faasikiirust v kui vektorit, mille suund ühtib laine levimise ning ka energia edasikandumise suunaga, võime kirjutada:

$$\mathbf{j}=u\mathbf{v}. \tag{82.9}$$

Energiavoo tiheduse vektori võttis esmakordselt kasutusele väljapaistev vene füüsik N. Umov ning seda nimetatakse **U m o v i   v e k t o r i k s**. Vektor (82.9), samuti kui energia ruumtihedus u, on ruumi eri punktides erinev, ruumi antud punktis aga muutub ajaga nagu siinuse ruut. Umovi vektori keskmine väärtus seose (82.5) alusel

$$\mathbf{j}_k=\bar{u}\mathbf{v}=\frac{1}{2}\varrho a^2\omega^2\mathbf{v}. \tag{82.10}$$

Teades vektorit $\mathbf{j}$ antud ruumipunktis, on võimalik määrata energiavoogu läbi selles punktis oleva suvalise orientatsiooniga pinnatükikese ΔS (joon. 200). Selleks projitseerime ΔS vektoriga $\mathbf{j}$ risti olevale tasapinnale. Projektsioon

$$\Delta S_{\perp}=\Delta S\cos\alpha, \tag{82.11}$$

kus α on nurk, mille moodustavad pinnatüki ΔS normaal $\mathbf{n}$ ja vektor $\mathbf{j}$.

ΔS väiksuse tõttu võime arvestada, et energiavood läbi ΔS ja $\Delta S_{\perp}$ on ühesugused. Valemi (82.7) alusel energiavoog läbi $\Delta S_{\perp}$

$$\Delta\Phi=j\Delta S_{\perp}.$$

Asendanud $\Delta S_{\perp}$ tema väärtusega valemist (82.11), saame

$$\Delta\Phi=j\Delta S\cos\alpha.$$

Kuid $j\cos\alpha$ on võrdne vektori $\mathbf{j}$ projektsiooniga pinnatükikese ΔS normaalil $\mathbf{n}$:

$$j_n=j\cos\alpha.$$

Järelikult võime kirjutada:

$$\Delta\Phi=j_n\Delta S. \tag{82.12}$$

Seega on energiavoog läbi väikese pinnatükikese ΔS võrdne selle pinnatüki pindala ΔS ning energiavoo tiheduse vektori $\mathbf{j}$ normaalisuunalise komponendi j_n korrutisega.

Teades vektorit $\mathbf{j}$ suvalise pinna S mistahes punktis, on võimalik arvutada energiavoogu Φ läbi selle pinna. Selleks jaotame pinna S nii väikesteks elementaarosadeks ΔS, et neid osi võib lugeda tasapinnalisteks, vektorit $\mathbf{j}$ aga pidada konstantseks nii suuruse kui suuna poolest iga niisuguse pinnaelemendi ΔS ulatuses. Siis võime valemi (82.12) alusel arvutada elementaarse energiavoo läbi iga pinnaelemendi ΔS, võttes iga ΔS puhul vastava j_n, mis sõltub vektori $\mathbf{j}$ suurusest antud ΔS piirkonnas ning selle pinnatüki ΔS orientatsioonist $\mathbf{j}$ suhtes.

Kogu energiavoog Φ läbi pinna S on võrdne elementaarvoogude summaga:

$$\Phi=\sum\Delta\Phi=\sum j_n\Delta S. \tag{82.13}$$

See avaldis on ligikaudne. Φ täpse väärtuse saamiseks peame võtma summa (82.13) piirväärtuse ΔS lähenedes nullile. Siis asendub summa (82.13) integraaliga

$$\Phi=\int\limits_S j_n dS, \tag{82.14}$$

mille võtame üle kogu pinna S. Valem (82.14) annab seose pinda läbiva energiavoo ja energiavoo tiheduse vahel selle pinna eri punktides.

Arvutame energiavoo läbi keralaine samafaasipinna. Energiavoo tiheduse vektori normaalkomponent on samafaasipinna kõikides punktides ühesugune ning tema keskmine väärtus

$$\bar{j}_n=\frac{1}{2}\varrho a_r^2\omega^2 v$$

(a_r on laine amplituud kaugusel r allikast).

Toonud valemis (82.14) konstantse j_n integraalimärgi ette, saame

$$\Phi_{keskm}=\bar{j}_n S=\frac{1}{2}\varrho a_r^2\omega^2 v 4\pi r^2.$$

Kui laine energia ei neeldu keskkonnas, peab keskmine energiavoog läbi suvalise raadiusega kera olema ühesugune:

$$\Phi_{keskm}=2\pi\varrho\omega^2 v a_r^2 r^2=\text{const}.$$

Siit järeldub, et keralaine amplituud a_r on pöördvõrdeline kaugusega r laineallikast (vt. (78.9)).

§ 78 mainisime, et tasalaine amplituud võib olla konstantne ainult tingimusel, kui laine energia ei neeldu keskkonnas. Vastasel juhul laine intensiivsus kahaneb allikast kaugenemisel — laine sumbub. Katse näitab, et niisugune sumbumine toimub eksponentsiaalselt. See tähendab, et laine amplituud kahaneb kauguse x suurenedes seaduse $a=a_0e^{-\gamma x}$ järgi, nii et tasalaine võrrand omab kuju

$$\xi=a_0e^{-\gamma x}\cos(\omega t-kx). \tag{82.15}$$

Suurust γ nimetatakse l a i n e s u m b e t e g u r i k s (ehk neeldumisteguriks).[1] Selle dimensioon on pikkuse dimensiooni pöördsuurus. Arusaadavalt on γ pöördväärtus võrdne kaugusega, mille ulatuses amplituud väheneb e korda (võrrelge võnkumiste sumbeteguriga β, § 73).

[1] Õigem oleks neeldumisteguriks nimetada suurust, mis ei iseloomusta mitte laine amplituudi, vaid laine intensiivsuse kahanemist. See suurus on võrdne 2γ.

Vastavalt avaldisele (82.10) kahaneb laine (82.15) intensiivsus kaugusega x seaduse

$$j_k=j_{k0}e^{-2\gamma x} \tag{82.16}$$

järgi. Neelavas keskkonnas leviva keralaine võrrand omandab kuju

$$\xi=\frac{ae^{-\gamma r}}{r}\cos\omega\left(t-\frac{r}{v}\right). \tag{82.17}$$

§ 83. LAINETE INTERFERENTS JA DIFRAKTSIOON

Kui keskkonnas levib üheaegselt mitu lainet, saame keskkonnaosakeste võnkumise kui geomeetrilise summa neist võnkumistest, mida osakesed sooritaksid, kui iga laine leviks üksinda. See tähendab, et lained liituvad (superposeeruvad), häirimata üksteist. Niisugust eksperimenditulemustel põhinevat väidet nimetatakse lainete s u p e r p o s i t s i o o n i p r i n t s i i b i k s.

Juhul kui üksikutest lainetest tingitud võnkumiste faasivahe keskkonna igas punktis on konstantne, nimetatakse laineid k o h e r e n t s e t e k s. Ilmselt saavad koherentsed olla vaid ühesuguse sagedusega lained.

Koherentsete lainete liitumisel tekib i n t e r f e r e n t s i nähtus: osas punktides võnkumised tugevdavad, teises aga nõrgendavad üksteist.

Vaatleme kahte lainet, mis levivad konstantse faasivahega võnkuvatest punktallikatest O_1 ja O_2 (niisuguseid allikaid, samuti nagu nende allikate tekitatud laineid, nimetatakse koherentseteks). Määrame resultantvõnkumise keskkonna mingis punktis tingimusel, et mõlema laine poolt tekitatavad võnkumised on samasihilised (selleks kas peab laineallikate vahekaugus olema tunduvalt väiksem kui antud punkti kaugus allikatest või peavad võnkumised toimuma risti tasapinnaga, milles asuvad allikad ja vaadeldav punkt).

Olgu allikate O_1 ja O_2 võnkumiste faasid vastavalt $(\omega t+\alpha_1)$ ja $(\omega t+\alpha_2)$. Siis on võnkumine antud punktis võrdne võnkumiste

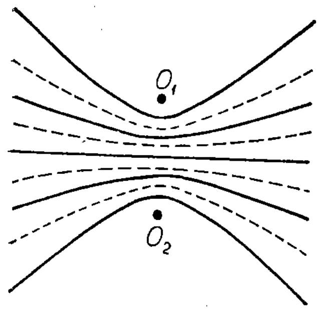
$$\xi_1=a_1\cos(\omega t+\alpha_1-kr_1),$$
$$\xi_2=a_2\cos(\omega t+\alpha_2-kr_2)$$

summaga, kus a_1 ja a_2 on lainete amplituudid vaadeldavas punktis, k — lainearv, r_1 ja r_2 — kaugused kummastki allikast selle punktini.

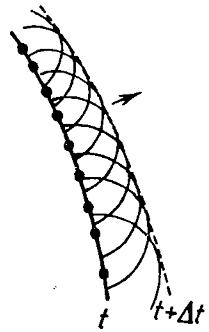
Punktides, mis on määratud tingimusega

$$k(r_1-r_2)-(\alpha_1-\alpha_2)=\pm2\pi n\quad(n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{83.1}$$

võnkumised tugevdavad üksteist ja resultantliikumine on harmooniline võnkumine sagedusega ω ning amplituudiga (a_1+a_2).



Joon. 201



Joon. 202

Punktides, kus

$$k(r_1-r_2)-(\alpha_1-\alpha_2)=\pm 2\pi\left(n+\frac{1}{2}\right) \quad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{83.2}$$

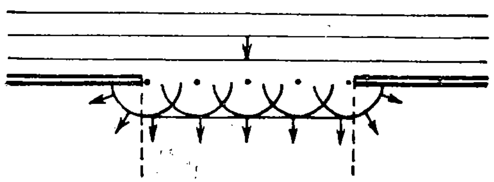
võnkumised nõrgendavad üksteist ning resultantliikumine on harmooniline võnkumine amplituudiga $|a_1-a_2|$. Erijuhul, kui $a_1=a_2$, nendes punktides võnkumist ei ole.

Tingimused (83.1) ja (83.2) annavad

$$r_1-r_2=\text{const.} \tag{83.3}$$

Analüütilisest geomeetriast on teada, et võrrand (83.3) kirjeldab hüperbooli, mille fookused asuvad punktides O_1 ja O_2. Seega kujutavad tugevnenud või nõrgenenud võnkumistega punktide geomeetrilised kohad endast hüperboolide parvi. (Joon. 201 vastab juhule $\alpha_1-\alpha_2=0$. Pidevate joontega on märgitud kohad, kus võnkumised tugevnevad, ning punktiirjoontega kohad, kus võnkumised nõrgenevad.)

Tõkkele langevad lained painduvad selle taha. Niisugust nähtust nimetatakse d i f r a k t s i o o n i k s. Difraktsiooni tekkimist seletab Huygensi printsiip, mis võimaldab konstrueerida lainefronti ajahetkel $t+\Delta t$ ajahetkele t vastava lainefrondi järgi. Huygensi printsiibi kohaselt saab iga punkt, kuhu on saabunud laine, sekundaarlainete tsentriks; nende lainepindade mähispind annab



Joon. 203

lainefrondi järgneval hetkel (joon. 202; oletatakse, et keskkond pole homogeenne: laine kiirus joonise alumises osas on suurem kui ülemises).

Langegu tasapinnalisele avaga tõkkele sellega paralleelne lainefront (joon. 203). Huygensi järgi saab ava poolt eraldatud lainefrondi iga punkt sekundaarlainete tsentriks; isotroopses homogeenses keskkonnas on need lained keralained. Konstrueerinud sekundaarlainete mähisjoone, veendume, et ava taga tungib laine ümber tõkke serva, painudes geomeetrilise varju piirkonda (joonisel on geomeetrilise varju piirkond näidatud punktiiriga).

§ 84. SEISEVLAINED

Väga tähtis interferentsijuht esineb kahe ühesuguse amplituudiga vastassuunalise tasalaine liitumisel, mille tulemusena tekkivat võnkeprotsessi nimetatakse s e i s e v l a i n e k s. Praktiliselt tekivad seisevlained lainete peegeldumisel tõketelt. Tõkkele langev laine ning temale vastu leviv peegeldunud laine annavad liitudes seisevlaine.

Kirjutame välja kahe vastassuunas leviva tasalaine võrrandid:

$$\xi_1=a\cos(\omega t-kx),$$
$$\xi_2=a\cos(\omega t+kx).$$

Liitnud need võrrandid ning teisendanud tulemust koosinuste summa valemi järgi, saame:

$$\xi=\xi_1+\xi_2=2a\cos kx\cos\omega t.$$

Asendanud lainearvu k tema väärtusega $2\pi/\lambda$, saame ξ avaldisele anda järgmise kuju:

$$\xi=\left(2a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right)\cos\omega t. \tag{84.1}$$

Võrrand (84.1) ongi seisevlaine võrrand. Sellest nähtub, et seisevlaine igas punktis toimuva võnkumise sagedus on võrdne kohtuvate lainete sagedusega, kuid amplituud sõltub koordinaadist x:

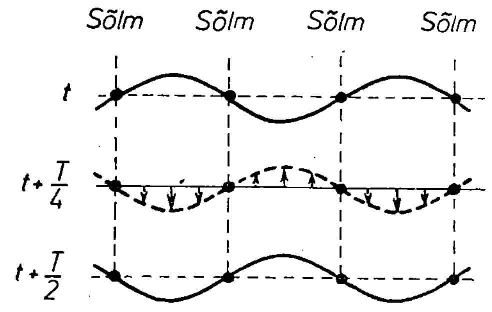
$$\text{amplituud}=\left|2a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|.$$

Punktides, kus

$$2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm n\pi \quad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots), \tag{84.2}$$

saavutab amplituud maksimaalse väärtuse $2a$. Neid punkte nimetatakse seisevlaine p a i s u d e k s. Tingimusest (84.2) saame paisude koordinaatide väärtused:

$$x_{pais}=\pm n\frac{\lambda}{2} \quad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{84.3}$$



Joon. 204

Punktides, kus

$$2\pi\frac{x}{\lambda}=\pm\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi \quad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots),$$

on võnkeamplituud null. Neid punkte nimetatakse seisevlaine *sõlmedeks* ja neis asuvad keskkonnaosakesed ei võngu. Sõlmede koordinaatide väärtused on

$$x_{sõlm}=\pm\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} \quad (n=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \qquad (84.4)$$

Valemitest (84.3) ja (84.4) järeldub, et nii naaberpaisude kui ka naabersõlmede vahekaugus on $\lambda/2$. Sõlmed ja paisud on nihutatud üksteise suhtes veerandlaine pikkuse võrra.

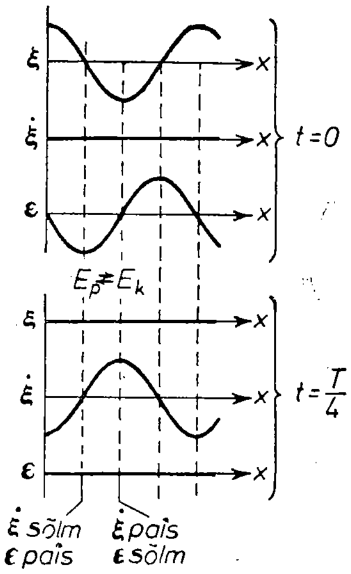
Pöördume uuesti võrrandi (84.1) juurde. Tegur $2a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}$ vahetab nullväärtuse läbimisel märki. Vastavalt sellele erineb faas kummalgi pool sõlme π võrra, s. o. teine teisel pool sõlme asuvad punktid võnguvad vastasfaasis. Kõik kahe naabersõlme vahel asuvad punktid võnguvad samas faasis. Joonisel 204 on toodud «momentvõtted», mis kujutavad endast punktide hälbeid tasakaaluasendist. Esimene võte vastab hetkele, mil hälbed on saavutanud maksimaalse absoluutväärtuse. Järgnevad on tehtud veerandperioodiliste intervallidega. Nooltega on kujutatud osakeste kiirusi.

Diferentseerinud võrrandit (84.1) x ja t järgi, leiame keskkonna deformatsiooni ε ja osakeste kiiruse $\dot{\xi}$ muutumise seaduse:

$$\varepsilon=\frac{\partial\xi}{\partial x}=-2\frac{2\pi}{\lambda}a\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos\omega t, \qquad (84.5)$$

$$\dot{\xi}=\frac{\partial\xi}{\partial t}=-2\omega a\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\sin\omega t. \qquad (84.6)$$

Võrrand (84.5) kirjeldab seisevdeformatsioonilainet, võrrand (84.6) aga seisevkiiruselainet. Nende võrrandite kujust saame järeldada, et kiiruselaine sõlmed ja paisud ühtivad hälbelaine sõlmede ja paisudega, deformatsioonilaine sõlmed ja paisud aga kiiruse- ja hälbelainete vastavalt paisude ja sõlmedega (joon. 205). Hetkedel, mil ξ ja ε saavutavad maksimaalse väärtuse, on $\dot{\xi}$ null ja vastupidi. Vastavalt sellele muundub seisevlaine energia kaks korda perioodi jooksul esiteks täielikult potentsiaalseks (see energia on kontsentreerunud peamiselt laine sõlmede piirkonda, kus asuvad deformatsioonilaine paisud) ning siis täielikult kineetiliseks (koondunud peamiselt laine paisude piirkonda, kus asuvad kiiruselaine paisud). Tulemusena kandub energia igalt sõlmelt üle tema naaberpaisule ja tagasi. Keskmine energiavoog on laine igas ristlõikes võrdne nulliga.



Joon. 205

§ 85. KEELE VÕNKUMISED

Kui kahest otsast kinnitatud pinguletõmmatud keeles tekitada ristvõnkumised, tekivad seisevlained, kusjuures keele kinnituskohtades peavad paiknema sõlmed. Seepärast saavad keeles tekkida ainult niisugused olulise intensiivsusega võnkumised, mille poollaine pikkus mahub keele pikkusele täisarv kordi (joon. 206). Siit järeldub tingimus

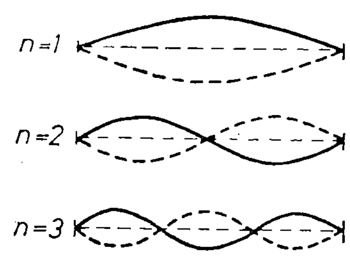
$$l=n\frac{\lambda}{2} \quad \text{ehk} \quad \lambda_n=\frac{2l}{n} \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots), \qquad (85.1)$$

kus l on keele pikkus. Tingimuses (85.1) näidatud lainepikkustele vastavad sagedused

$$\nu_n=\frac{v}{\lambda_n}=\frac{v}{2l}n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots)$$

(v on laine faasikiirus, mille määravad traati pingutav jõud ja traadi pikkusühiku mass, s. o. traadi joontihedus).

Sagedust ν_n nimetatakse keele



Joon. 206

võnkumise o m a s a g e d u s e k s. Omasagedused on sageduse

$$\nu_1=\frac{v}{2l}$$

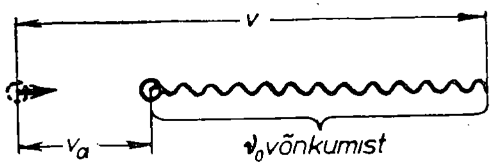
täisarvkordsed. Sagedust ν_1 nimetatakse p õ h i s a g e d u s e k s. Kui $n=2, 3, \ldots,$ siis nimetatakse vastavaid sagedusi ü l e m t o o n i d e k s (esimene ülemtoon vastab väärtusele $n=2$, teine väärtusele $n=3$ jne.). Üldjuhul võivad keele võnkumised kujutada endast mitme erineva omasagedusega seisevlaine summat.

§ 86. DOPPLERI EFEKT

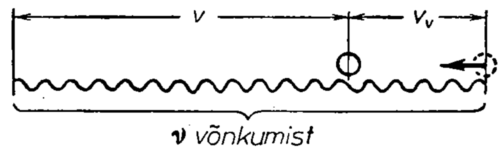
Olgu elastses keskkonnas teatud kaugusel laineallikast lainete registreerimise seade, mida hakkame nimetama vastuvõtjaks. Kui laineallikas ja vastuvõtja on lainete levimiskeskkonna suhtes paigal, siis on vastuvõtja poolt registreeritavate võnkumiste sagedus võrdne allika võnkesagedusega ν_0. Kui aga kas allikas või vastuvõtja või nad mõlemad liiguvad, on vastuvõtja poolt registreeritav sagedus ν erinev allika sagedusest ν_0. Seda nähtust nimetatakse D o p p l e r i e f e k t i k s.

Oletame lihtsuse mõttes, et vastuvõtja ja allikas liiguvad mööda neid ühendavat sirget. Allika kiiruse v_a loeme positiivseks, kui allikas läheneb vastuvõtjale, ning negatiivseks, kui ta kaugeneb vastuvõtjast. Analoogiliselt loeme vastuvõtja kiiruse v_v positiivseks, kui vastuvõtja läheneb allikale, ning negatiivseks, kui ta kaugeneb allikast.

Kui allikas on paigal ning tekitab võnkumisi sagedusega ν_0, siis ajahetkeks, mil allikas lõpetab ν_0-nda võnke, jõuab esimesest võnkest tingitud lainehari läbida keskkonnas tee pikkusega v (v on laine levimiskiirus keskkonna suhtes). Järelikult mahub lõigule pikkusega v allika poolt ajaühikus tekitatud ν_0 laineharja ja -nõgu. Kui aga allikas liigub keskkonna suhtes kiirusega v_a, siis hetkel, mil ta lõpetab ν_0-nda võnke, on esimesest võnkest tingitud lainehari allikast kaugusel $v-v_a$ (joon. 207). Järelikult paikneb ν_0 laineharja ja -nõgu nüüd lõigul pikkusega $v-v_a$, seega lainepikkus



Joon. 207



Joon. 208

$$\lambda=\frac{v-v_a}{\nu_0}. \tag{86.1}$$

Liikumatust vastuvõtjast möödub ajaühiku jooksul nii palju laineharju ja -nõgusid, kui neid mahub lõigule pikkusega v. Kui vastuvõtja liigub kiirusega v_v, siis võtab ta ajaühiku lõpus vastu lainenõo, mis ajavahemiku alguses oli vastuvõtja asendist ajavahemiku lõpus kaugusel v. Seega võtab vastuvõtja ajaühiku kestel vastu võnkumised, mis vastavad lõigule pikkusega $v+v_v$ mahtuvatele laineharjadele ja -nõgudele (joon. 208), ning võngub sagedusega

$$\nu=\frac{v+v_v}{\lambda}. \tag{86.2}$$

Asendanud avaldises (86.2) λ väärtuse avaldisest (86.1), saame

$$\nu=\nu_0\frac{v+v_v}{v-v_a}. \tag{86.3}$$

Valemist (86.3) näeme, et kui vastuvõtja ja allikas liiguvad nii, et nende vahemaa väheneb, on vastuvõtja poolt registreeritav sagedus ν suurem allika sagedusest ν_0. Kui allika ja vastuvõtja vahekaugus kasvab, on ν väiksem kui ν_0.

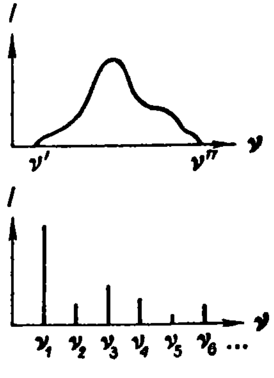
Kui allika ja vastuvõtja liikumise sihid ei ühti nende ühendussirgega, tuleb valemis (86.3) kiiruste v_a ja v_v all mõista allika ja vastuvõtja kiiruste projektsioone nimetatud sirgel.

§ 87. HELILAINED

Kui õhus levivate elastsuslainete sagedus on vahemikus 20 kuni 20 000 Hz, tekitavad nad inimese kõrva saabudes heliaistingu. Vastavalt sellele nimetatakse helilaineteks ehk lihtsaks heliks igas keskkonnas levivaid elastsuslaineid, mille sagedus asub nimetatud piirides. Elastsuslaineid, mille sagedus on väiksem kui 20 Hz, nimetatakse i n f r a h e l i k s; laineid sagedusega üle 20 000 Hz u l t r a h e l i k s. Inimkõrv ei kuule kumbagi.

Gaasides ja vedelikes saab heli levida ainult pikilainetena, mis koosnevad üksteisele järgnevatest keskkonnatihendustest ja

-hõrendustest. Tahketes kehades võivad levida nii piki- kui ka ristlained.



Joon. 209

Kuuldavaid helisid eristavad inimesed kõrguse, tämbri ja valjuse järgi. Igaühele nendest subjektiivsetest hinnangutest vastab helilaine kindel füüsikaline karakteristik.

Ükski reaalne heli pole mitte lihtne harmooniline võnkumine, vaid kujutab endast teatud sageduste kogumiga harmooniliste võnkumiste summat. Antud helis esinevat võnkumissageduste kogumit nimetatakse heli **akustiliseks spektriks**. Kui helis esinevad kõikvõimalike sagedustega võnkumised teatud vahemikus ν' kui ν'', nimetatakse selle heli spektrit antud piirkonnas pidevaks. Kui heli koosneb diskreetsete sagedustega (s. o. üksteisest lõplike intervallidega eraldatud sagedustega) võnkumistest, on tegemist joonspektriga. Joonisel 209 on kujutatud pidev spekter (ülal) ning joonspekter (all). Abstsissteljele on kantud võnkesagedus ν, ordinaatteljele intensiivsus I.

Pidev spekter on müradel. Joonspektriga võnkumised tekitavad enam-vähem kindla kõrgusega heliaistingu. Niisugust heli nimetatakse tooniks. Tooni kõrguse määrab kõige väiksem, s. t. põhisagedus (vt. sagedus ν_1 joonisel 209). Ülemtoonide, s. o. sagedustega ν_2, ν_3 jne. toimuvate võnkumiste suhteline intensiivsus määrab helivärvingu ehk tämbri. Eri muusikariistade poolt tekitatud helide erinev spektraalkoosseis võimaldab eristada kuulmise järgi näiteks flööti viiulist või klaverist.

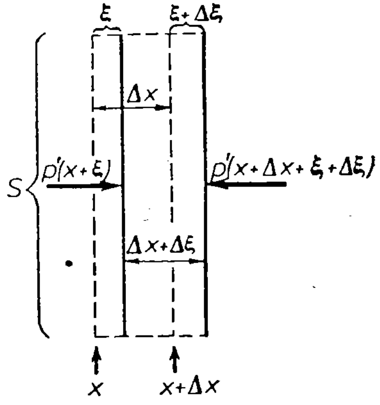
§ 88. HELILAINETE KIIRUS GAASIDES

Elastsuslaine gaasis kujutab endast ruumis levivaid järjestikusi gaasi tihendusi ja hõrendusi. Järelikult muutub gaasi rõhk ruumi igas punktis, olles perioodiliselt muutuva hälbe Δp võrra suurem või väiksem keskmisest väärtusest p, mis ühtib rõhuga häirimata gaasis (kui selles laineid ei ole). Seega võime rõhu hetkväärtuse mingis ruumipunktis kirjutada kujul

$$p'=p+\Delta p.$$

Levigu helilaine piki x-telge. Nii nagu § 81, kus määrasime elastsuslainete kiirust tahkes keskkonnas, vaatleme ka praegu silindrikujulist gaasiruumala kõrgusega Δx ning põhjapindalaga S (joon. 210). Selles ruumalas sisalduva gaasi mass $m=\varrho S\Delta x$, kus ϱ on lainetest häirimata gaasi tihedus. Δx väiksuse tõttu

võime kiirenduse silindrikese kõikides punktides lugeda ühesuguseks ning võrdseks $\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}$.



Joon. 210

Uuritavale gaasihulgale mõjuva jõu f määramiseks korrutame silindrikese põhjapindala S rõhkude vahega lõigetes $x+\xi$ ja $x+\Delta x+\xi+\Delta\xi$. Korranud arutluskäiku, mis viis meid valemini (81.5), saame

$$f=-\frac{\partial p'}{\partial x}S\Delta x$$

(meenutame, et valemi (81.5) tuletamisel kasutati oletust, et $\Delta\xi\ll\Delta x$). Nii oleme määranud eraldatud ruumiosas sisalduva gaasi massi, kiirenduse ja talle mõjuva jõu. Nüüd kirjutame selle gaasihulga kohta Newtoni teise seaduse võrrandi:

$$(\varrho S\Delta x)\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=-\frac{\partial p'}{\partial x}S\Delta x.$$

Jaganud selle korrutisega $S\Delta x$, saame

$$\varrho\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=-\frac{\partial p'}{\partial x}. \qquad (88.1)$$

Selles diferentsiaalvõrrandis on kaks tundmatut funktsiooni: ξ ja p'. Võrrandi lahendamiseks peame ühe nendest avaldama teise kaudu. Selleks leiame seose gaasi rõhu p' ja tema ruumala suhtelise muutuse $\frac{\partial\xi}{\partial x}$ vahel. See seos sõltub kokkusurumis- (või paisumis-)protsessi iseloomust. Helilaines järgnevad gaasi tihendused ja hõrendused üksteisele nii suure sagedusega, et keskkonna naaberpiirkonnad ei jõua omavahel soojust vahetada, seepärast võime protsessi adiabaatiliseks pidada. Adiabaatilises protsessis määrab antud gaasihulga rõhu ja ruumala seose võrrand (103.4), seepärast võime kirjutada

$$p(S\Delta x)^\gamma=p'[S(\Delta x+\Delta\xi)]^\gamma=p'\left[S\left(\Delta x+\frac{\partial\xi}{\partial x}\Delta x\right)\right]^\gamma=$$

$$=p'(S\Delta x)^\gamma\left(1+\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)^\gamma,$$

kus γ on gaasi isobaarilise ($p=\text{const}$) ja isokoorilise ($V=\text{const}$) erisoojuse suhe. Jagades võrrandi avaldisega $(S\Delta x)^\gamma$, saame

$$p = p'\left(1+\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^{\gamma}.$$

Oletades, et $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$, arendame avaldise $\left(1+\frac{\partial \xi}{\partial x}\right)^{\gamma}$ ritta $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ astmete järgi ning jätame arvestamata kõrgemat järku liikmed. Saame võrrandi

$$p = p'\left(1+\gamma\frac{\partial \xi}{\partial x}\right),$$

mille lahendame p' suhtes:

$$p' = \frac{p}{1+\gamma\frac{\partial \xi}{\partial x}} \approx p\left(1-\gamma\frac{\partial \xi}{\partial x}\right).[1] \quad (88.2)$$

Leitud seosest saame Δp avaldise:

$$\Delta p = p' - p = -\gamma p\frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (88.3)$$

Kuna γ suurusjärk on üks, siis avaldisest (88.3) järeldub, et $\left|\frac{\partial \xi}{\partial x}\right| \approx \left|\frac{\Delta p}{p}\right|$. Seega tähendab tingimus $\frac{\partial \xi}{\partial x} \ll 1$ füüsikaliselt seda, et rõhu hälbed keskmisest väärtusest on palju väiksemad kui rõhk ise. Asi on tõepoolest nii: kõige tugevamate helide puhul ei ületa õhurõhu võnkumiste amplituud 1 mm Hg, atmosfäärirõhu p väärtus aga on suurusjärgus 10^3 mm Hg.

Diferentseerinud avaldist (88.2) x järgi, leiame, et

$$\frac{\partial p'}{\partial x} = -\gamma p\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}.$$

Lõpuks asendame valemis (88.1) $\frac{\partial p'}{\partial x}$ tema väärtusega ning saame diferentsiaalvõrrandi

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{\varrho}{\gamma p}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}. \quad (88.4)$$

Kõrvutades võrrandit (88.4) lainevõrrandiga (80.4), saame gaasis levivate helilainete kiiruse jaoks valemi

$$v = \sqrt{\gamma\frac{p}{\varrho}} \quad (88.5)$$

(peame meeles, et p ja ϱ on lainest häirimata gaasi rõhk ja tihedus).

[1] Me kasutasime valemit $\frac{1}{1+x} \approx 1-x$, mis kehtib tingimusel $x \ll 1$.

Esimesel pilgul võib näida, et heli kiirus gaasis sõltub rõhust. Kuid nii see ei ole, sest koos rõhu muutumisega muutub ka gaasi tihedus.

Tavalistel rõhkudel kirjeldab gaaside käitumist küllalt hästi võrrand

$$pV = \frac{m}{\mu}RT \quad (88.6)$$

(m on ruumalas V sisalduva gaasi mass, μ — kilomooli mass, mis arvuliselt on võrdne gaasi molekulmassiga). Jagades gaasi massi m tema ruumalaga V, saame gaasi tiheduse ϱ. Lahendanud võrrandi (88.6) m/V suhtes, leiame

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{p\mu}{RT}.$$

Teinud niisuguse asenduse heli kiiruse valemis (88.5), saame järgmise seose:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}. \quad (88.7)$$

Siit järeldub, et heli kiirus gaasis sõltub temperatuurist ning gaasi iseloomustavatest suurustest γ ja μ. Rõhust heli kiirus gaasis ei olene.

Gaasimolekulide soojusliikumise keskmise kiiruse määrab valem

$$\bar{v}_{mol} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

(vt. (106.17)). Võrreldes seda valemiga (88.7), saame leida seose heli kiiruse ja molekulide soojusliikumise keskmise kiiruse vahel:

$$v = \bar{v}_{mol}\sqrt{\frac{\mu\pi}{8}}. \quad (88.8)$$

Arvestades, et õhu puhul $\gamma = 1{,}4$, saame $v \approx {}^3/_4\bar{v}_{mol}$. γ maksimaalne võimalik väärtus on ${}^5/_3$. Sel juhul $v \approx {}^4/_5\bar{v}_{mol}$. Seega on heli kiirus õhus sama suurusjärku kui molekulide soojusliikumise kiirus, ent alati veidi väiksem kui viimane.

Hindame heli kiiruse väärtust õhus toatemperatuuril (absoluutse skaala järgi 290 K). Õhu jaoks $\gamma = 1{,}40$, $\mu = 29$ kg/kmol. Universaalne gaasikonstant $R = 8{,}31 \cdot 10^3$ J/(kmol·K). Asetame need väärtused valemisse (88.7):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{1{,}40 \cdot 8{,}31 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kmol^{-1} K^{-1} \cdot 290\ K}}{29\ \mathrm{kg \cdot kmol^{-1}}}} = 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

Arvutatud v väärtus on heas kooskõlas eksperimentaalselt määratud kiirusega. Mõõtnud heli kiiruse teatud molekulmassiga gaasis, saab valemist (88.7) määrata selle gaasi isobaarilise soojusmahtuvuse ja isokoorilise soojusmahtuvuse suhte γ. Seda võtet kasutatakse praktikas.

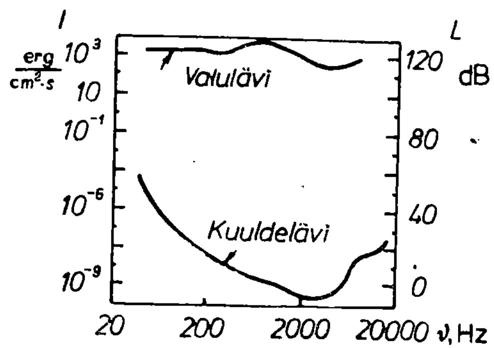
Väga oluline on asjaolu, et heli puhul ei esine dispersiooni, s. o. kiiruse sõltuvust sagedusest. Niisugune sõltuvus teeks ilmselt võimatuks või vähemalt raskendaks tugevasti kõnelemist ega võimaldaks nautida muusikat.

§ 89. HELI VALJUS

Helilainete intensiivsuse all mõistetakse laine poolt kaasaskantava energiavoo keskmist tihedust. Kuulmisaistingu tekitamiseks peab lainel olema teatud minimaalne intensiivsus, mida nimetatakse **kuuldeläveks**. Kuuldelävi on eri isikutel erinev ning sõltub väga tugevasti heli sagedusest. Inimkõrv on kõige tundlikum sageduste piirkonnas 1000...4000 Hz, kus kuuldeläve väärtus on ligikaudu 10^{-9} erg/(cm²·s). Teiste sageduste puhul on kuuldelävi kõrgem (vt. alumist kõverat joonisel 211).

Kui laine intensiivsus on suurusjärgus $10^3 \ldots 10^4$ erg/(cm²·s), ei kuule inimene seda enam helina, vaid laine tekitab kõrvas valu- ja rõhumistunde. Seda intensiivsuse väärtust nimetatakse **valuläveks**. Valulävi, samuti kui kuuldelävi sõltub sagedusest (vt. ülemist kõverat joonisel 211; joonisel toodud andmed vastavad keskmisele normaalsele kuulmisele).

Subjektiivselt hinnatav valjus kasvab palju aeglasemalt kui helilainete intensiivsus. Kui intensiivsus kasvab geomeetrilises progressioonis, suureneb valjus umbes aritmeetilises progressioonis, s. o. lineaarselt. Seepärast määratakse valjusenivoo L intensiivsuste I ja I_0 suhte logaritmina (I on antud heli intensiivsus ning I_0 — lähtesuuruseks võetud intensiivsus):



Joon. 211

$$L = \log \frac{I}{I_0}. \qquad (89.1)$$

Lähteintensiivsuse I_0 väärtuseks võetakse 10^{-9} erg/(cm²·s), seega asub sagedusele 1000 Hz vastav kuuldelävi nullnivool ($L=0$).

Valjusenivoo mõõtühik, mille määrab valem (89.1), kannab nimetust bell (B). Tavaliselt kasutatakse kümme korda väiksemat ühikut detsibelli (dB). L väärtuse detsibellides määrab valem

$$L = 10 \log \frac{I}{I_0}. \qquad (89.2)$$

Kahe suvalise intensiivsuse I_1 ja I_2 suhte võime samuti avaldada detsibellides:

$$L_{12} = 10 \log \frac{I_1}{I_2}. \qquad (89.3)$$

Valemist (89.3) saame määrata detsibellides ka laine intensiivsuse kahanemise (sumbumise) teatud teepikkusel. Nii näiteks sumbumine 20 dB tähendab seda, et intensiivsus on vähenenud 100 korda.

Kogu intensiivsuste vahemik, mille puhul inimkõrvas tekib kuulmisaisting (s. o. $10^{-9} \ldots 10^4$ erg/(cm²·s)), vastab valjusenivoo vahemikule 0...130 dB. Tabelis 3 on toodud mõne tüüpilise heli valjusenivoo orienteeruvad väärtused.

Tabel 3

Heli iseloom	Valjusenivoo dB	Intensiivsus erg/(cm²·s)
Kella tiksumine	20	10^{-7}
Sosistamine 1 m kaugusel	30	10^{-6}
Vaikne kõne	40	10^{-5}
Keskmise valjusega kõne	60	10^{-3}
Vali kõne	70	10^{-2}
Kisa	80	10^{-1}
Lennukimootori müra		
5 m kaugusel	120	10^3
3 m kaugusel	130	10^4

Energia, mida kannavad edasi helilained, on äärmiselt väike. Kui näiteks oletada, et klaasitäis vett neelab talle langeva 70-detsibellise helilaine energia täielikult (sel juhul neelatakse ühe sekundi kestel umbes 0,6 ergi), siis vee soojendamiseks toatemperatuurilt keemiseni kuluks ligikaudu 30 000 aastat.

Leiame nüüd seose helilainete intensiivsuse I ja rõhu võnkumiste amplituudi $(\Delta p)_m$ vahel. Käesoleva paragrahvi alguses sai märgitud, et intensiivsuse I väärtus ühtib energiavoo tiheduse keskmise väärtusega, seega vastavalt valemile (82.10)

$$I = j_k = \frac{1}{2} \varrho a^2 \omega^2 v, \tag{89.4}$$

kus ϱ on häirimata gaasi tihedus, a — keskkonnaosakeste võnkumise amplituud[1], s. o. suuruse ξ võnkumise amplituud, ω — sagedus, v — laine faasikiirus.

Muutugu ξ seaduse $\xi = a \cos \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$ järgi. Siis $\frac{\partial \xi}{\partial x} = a \frac{\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right)$. Vastavalt seosele (88.3) on $\Delta p = -\gamma p \frac{\partial \xi}{\partial x}$. Asendanud $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, saame Δp muutumise seaduse:

$$\Delta p = -\gamma p a \frac{\omega}{v} \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) = -(\Delta p)_m \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right).$$

Siit järeldub, et suuruse ξ võnkeamplituud a on seotud rõhu võnkumise amplituudiga $(\Delta p)_m$ valemiga

$$a = \frac{(\Delta p)_m v}{\gamma p \omega}. \tag{89.5}$$

Asendanud valemis (89.4) a väärtuse valemist (89.5) ning v valemist (88.5) ja teinud vajalikud teisendused, saame

$$I = \frac{(\Delta p)^2_m}{2 \varrho v}. \tag{89.6}$$

Selle valemi abil on võimalik arvutada, et valjusenivoode vahemikule 0 kuni 130 dB vastab õhurõhu võnkumise amplituudide vahemik $3 \cdot 10^{-4}$ dyn/cm² (s. o. $2 \cdot 10^{-7}$ mm Hg) kuni 1000 dyn/cm² (~ 1 mm Hg).

Hindame veel osakeste võnkumise amplituudi a ning osakeste kiiruse amplituudi $(\dot{\xi})_m$. Alustame suurusest a, mille määrab valem (89.5). Võttes arvesse, et $\frac{v}{\omega} = \frac{\lambda}{2\pi}$, saame seose

$$\frac{a}{\lambda} = \frac{1}{2\pi\gamma} \frac{(\Delta p)_m}{p} = 0{,}1 \frac{(\Delta p)_m}{p} \tag{89.7}$$

($\gamma \approx 1{,}5$, järelikult $2\pi\gamma \approx 10$).

Kui valjus on 130 dB, on $(\Delta p)_m/p$ suurusjärgus 10^{-3}, 60 dB puhul on see suhe umbes $2 \cdot 10^{-7}$. Õhus levivate helilainete pikkused

[1] Keskkonnaosakeste all ei mõisteta mitte molekule, vaid makroskoopilisi (palju molekule sisaldavaid) ruumiosi, mille lineaarmõõtmed on tublisti väiksemad lainepikkusest.

asuvad vahemikus 17 m (kui $\nu = 20$ Hz) kuni 17 mm ($\nu = 20\,000$ Hz). Asetades need väärtused valemisse (89.7), saame, et 60 dB puhul on osakeste võnkumise amplituud kõige pikemates lainetes $\sim 3 \cdot 10^{-4}$ mm ning kõige lühemates $\sim 3 \cdot 10^{-7}$ mm. 130 dB puhul ulatub osakeste võnkumise amplituud kõige pikemates lainetes $\sim 1{,}7$ mm-ni.

Harmooniliste võnkumiste puhul, nagu teame, on kiiruse amplituud $(\dot{\xi})_m$ võrdne hälbe amplituudi a ja ringsageduse ω korrutisega: $(\dot{\xi})_m = a\omega$. Korrutanud avaldise (89.5) ringsagedusega ω, saame

$$\frac{(\dot{\xi})_m}{v} = \frac{1}{\gamma} \frac{(\Delta p)_m}{p} \approx \frac{(\Delta p)_m}{p}. \tag{89.8}$$

Järelikult on 130 dB puhul kiiruse amplituud umbes 340 m/s $\times 10^{-3} = 0{,}34$ m/s. 60 dB puhul on kiiruse amplituud suurusjärgus 0,1 mm/s.

Paneme tähele, et erinevalt hälbe amplituudist ei sõltu kiiruse amplituud lainepikkusest.

§ 90. ULTRAHELI

Suunatud, s. o. ligikaudu tasapinnalise laine saamiseks peavad allika mõõtmed olema palju kordi suuremad kui laine pikkus. Helilainete pikkus õhus on umbes 15 m kuni 15 mm. Vedelates ja tahketes keskkondades on lainepikkus veelgi suurem (helilainete levimiskiirus nendes keskkondades on suurem kui õhus). Praktiliselt võimatu on ehitada kiirgureid, mis tekitaksid niisuguse pikkusega suunatud laineid. Hoopis erinev on olukord ultrahelilainetega, mille lainepikkus on tunduvalt väiksem. Lainepikkuse kahanedes väheneb difraktsiooni osatähtsus lainete levimisprotsessis, seepärast osutub võimalikuks tekitada ultrahelilainete kimpe, mis on sarnased valguskiirte kimpudega.

Ultraheli tekitamiseks kasutatakse tänapäeval peamiselt kahte nähtust: piesoelektrilist pöördefekti ja magnetostriktsiooni.

Piesoelektriline pöördefekt seisneb selles, et näiteks kvartsi, Seignette'i soola, baariummetatitanaadi jne. kristallist teatud viisil väljalõigatud plaadike deformeerub veidi elektrivälja mõjul (teatava suunaga elektriväljas pikeneb ning vastassuunalises tõmbub kokku). Asetanud niisuguse plaadikese metallplaatide vahele ja rakendanud neile vahelduvpinge, saab tekitada plaadikese mehaanilisi sundvõnkumisi. Viimased on eriti intensiivsed siis, kui rakendatava vahelduvpinge sagedus ühtib plaadikese omavõngete sagedusega. Plaadikese võnkumised kanduvad üle teda ümbritsevasse vedelikku või gaasi ning tekitavad selles ultrahelilaine.

Magnetostriktsiooni nähtus seisneb selles, et ferromagnetilised ained (raud, nikkel, mõningad sulamid jne.) deformeeruvad veidi magnetvälja mõjul. Kui asetada ferromagnetiline varras muutlikku magnetvälja (näiteks pooli, mida läbib vahelduvvool), siis tekivad vardas mehaanilised võnkumised, mis jällegi on eriti intensiivsed resonantsi puhul.

Suunatud ultrahelikimbud leiavad laialdast rakendamist esemete avastamiseks ja nende kauguse määramiseks (lokatsiooniks) vees. Esimesena tuli mõttele kasutada ultraheli lokatsioonis väljapaistev prantsuse teadlane P. Langevin (1872—1946), kes Esimese maailmasõja ajal töötas välja vastaval printsiibil tegutseva seadme allveelaevade avastamiseks. Käesoleval ajal kasutatakse ultrahelilokaatoreid jäämägede, kalaparvede jms. avastamiseks.

On teada, et tõkkelt (kaljult, metsalt, veepinnalt kaevus jne.) peegeldunud helikaja abil saab määrata nende tõkete kaugust vaatlejast. Selleks on tarvis mõõta hõikamisest kaja tagasijõudmiseni kulunud aega ning siis korrutada pool sellest ajast heli levimiskiirusega. Samale põhimõttele on rajatud ka ülalnimetatud lokaator ning ultrahelikajalood, mida kasutatakse mere sügavuse ja põhja reljeefi määramiseks. Laevakorpuse külge kinnitatud kiirgur saadab vertikaalsihis lühikesi ultraheliimpulsse. Põhjast peegeldunud impulsse registreerib vastuvõtja. Sügavus määratakse aja järgi, mis möödub impulsi väljasaatmisest kuni selle vastuvõtmiseni.

Ultrahelilokatsioon võimaldab nahkhiirel orienteeruda pimedas lendamisel. Nahkhiir saadab perioodiliselt välja ultrahelisagedusega impulsse ning kuulmisorgani abil vastuvõetavate peegeldunud signaalide järgi otsustab väga täpselt ümbritsevate esemete kauguse üle.

1928. a. tegi nõukogude teadlane S. Sokolov ettepaneku kasutada ultraheli defektoskoopias, s. o. rikete (defektide) avastamiseks esemetes. Kui defekti mõõtmed on lainepikkusest suuremad, siis peegeldub ultraheliimpulss defektilt ning tuleb tagasi. Suunates esemesse ultraheliimpulsse ning registreerides peegeldunud impulsse, on võimalik kindlaks teha defektide olemasolu ja lisaks veel nende mõõtmeid ning asetust. Sokolovi ja teiste teadlaste poolt väljatöötatud ultrahelidefektoskoopia leiab üha laialdasemat rakendamist.

Et ultrahelilained on väga intensiivsed ning tekitavad keskkonnas tugevaid rõhupulsatsioone, võivad nad esile kutsuda mitmeid spetsiifilisi nähtusi: vedelikus hõljuvate osakeste purunemist (dispergeerumist), emulsioonide (ühe vedeliku suspensioon teises, esimesega mitteseguneva vedelikus) tekkimist, difusiooni või lahustumisprotsessi kiirenemist, keemiliste reaktsioonide aktivatsiooni jne.

Kolmas osa

MOLEKULAARFÜÜSIKA JA TERMODÜNAAMIKA

Üheteistkümnes peatükk

§ 91. MOLEKULAARKINEETILINE TEOORIA (STATISTIKA) JA TERMODÜNAAMIKA

Molekulaarfüüsika on füüsikaharu, milles uuritakse aine ehitust ja omadusi, lähtudes niinimetatud molekulaarkineetilistest ettekujutustest. Nende kohaselt koosneb iga keha — tahke, vedel või gaasiline — suurest hulgast väga väikestest osakestest, nn. molekulidest.[1] Iga aine molekulid on korrapäratus, kaootilises, ilma mingi eelissihita liikumises, mille intensiivsus sõltub aine temperatuurist.

Molekulide kaootilist liikumist tõestab otseselt Browni liikumine. Nimelt on vedelikus hõljuvad väga väikesed, ainult mikroskoobis nähtavad osakesed alati pidevas korrapäratus liikumises, mis ei sõltu välistest põhjustest, vaid osutub aine sisemise liikumise avalduseks. Browni osakesed liiguvad molekulide korrapäratute põrgete tõttu.

Molekulaarkineetiline teooria seab endale ülesandeks seletada katsetes ilmnevaid kehade omadusi (rõhku, temperatuuri jms.) kui molekulide summaarse mõju tulemust. Seejuures kasutab ta statistikameetodeid, s. t. ei huvitu mitte üksikute molekulide liikumisest, vaid niisugustest keskmistest suurustest, mis iseloomustavad suure hulga molekulide liikumist. Siit tulenebki selle füüsikaharu teine nimetus — statistiline füüsika.

Kehade mitmesuguseid omadusi ja aine oleku muutumisi uurib ka termodünaamika, kuid erinevalt molekulaarkineetilisest teooriast tegeleb see kehade ja loodusnähtuste makroskoopiliste omadustega ega tunne huvi nende mikroskoopilise ehituse vastu. Võtmata vaatluse alla molekule ja aatomeid, tungimata mikroprotsesside olemusse, võimaldab termodünaamika ometi otsustada nähtuste kulgemise üle.

Termodünaamika aluseks on mõned põhiseadused, nn. termodünaamika printsiibid, mis on kindlaks tehtud suure hulga eksperimentaalsete faktide üldistusena. Seetõttu on termodünaamika järeldustel väga üldine iseloom.

Lähenedes aine oleku muutumiste uurimisele erinevatest vaatekohtadest, täiendavad termodünaamika ja molekulaarkineetiline teooria teineteist, moodustades sisuliselt ühe terviku.

[1] Aatomeid võib vaadelda kui üheaatomilisi molekule.