Suurima kliki leidmine graafist

Definitsioon G3. Suurimat maksimaalset klikki nimetatakse *suurimaks klikiks*.

Ülesanne. Leida graafi G suurim klikk.

(Definitsioon 4. *Keelatud tipuks* nimetame tippu Z, mis on osalenud suvalises eraldatud maksi-maalses klikis.
Kôiki ülejäänud tippe nimetame *lubatud tippu-deks*.

Definitsioon 5. *Tipu Y suhtes lubatud tippudeks* nimetatakse ta naabertippe, mille suhtes teda veel vôrreldud pole.)

Definitsioon 8. *Taseme t lävesageduseks* B_t nimetame väljavôtu X_t tippudelt nôutavat vähi-mat valentsust, et nad saaksid osaleda suurima kliki leidmises.

Definitsioon 9. Väljavôttu X_t, mille tippude kooslus on olnud vaatluse all millalgi varem eraldatud kliki korral, nimetame *korduvaks väljavôtuks ehk korduseks*.

Definitsioon 10. Keelatud tippe, mis ei kuulu väljavôttu X_t, on aga seotud X_t kôikide tippudega, nimetame X_t *kattetippudeks*.

Definitsioon 12. Korduse X_{t+1} kattetippe, mis pole korduse X_t kattetippudeks, nimetame *uuteks kattetippudeks kordusel* X_{t+1}.

Definitsioon 11. Tippude kooslust X_i, mida pole varem analüüsitud, aga millel leidub kattetipp, nimetame *klepsuks.*

Kuidas vähendada suurima kliki leidmise töömahukust

Teoreem 11. Kui väljavôtus X_t on mingi tipu valentsus väiksem kui lävesagedus B_t, siis me vôime ta elimineerida sellest väljavôtust kui perspektiivitu tipu suurima kliki leidmisel.

Kuidas määrata väljavôtu korduvust

Teoreem 4. Kui väljavôtul X_t leidub kattetipp j, mille suhtes kôik maksimaalsed klikid on eraldatud, siis on tegemist korduva väljavôtuga.

Teoreem 5. Väljavôtt X_t, mis omab kattetippu, aga sisaldab lubatud tippu, ei ole kordus.

Teoreem 6. Oletame, et oleme eraldanud välja-vôtu X_t, mis omab kattetippe. Olgu juhttipuga Y_0 mitteseotud kattetippude hulk A={j}, A $\neq$ f. X_t on kleps, kui hulk A ei sisalda vähemalt ühte katte-tippu, mille suhtes kôik maksimaalsed klikid on väljastatud.

Teoreem 7. Oletame, et oleme eraldanud väljavôtu X_t. Eeldame, et ta omab ainult selliseid kattetippe p, {p}=B, mis on kuulunud Y_0 poolt formeeritud suvalise juhttippude jada {Y_i} suhtes juba väljastatud maksimaalsetesse klikkidesse, i=0,...,t-1. X_t on kordus, kui B pole {Y_i} alam-hulgaks.

Kuidas hinnata formeeritava maksimaalse kliki potensiaali saada suurimaks

Teoreem 8. Oletame, et oleme juhttipu Y_t alusel teinud väljavôtu $X_{t+1} \subset X_t$, kusjuures N_{t+1}+L>S. Kui nüüd väljavôtt X_{t+1} on kordus, siis formeeri-tav maksimaalne klikk vôib tulla suurem kui seni eraldatud suurim klikk sel kordusel X_{t+1} ainult juhul, kui kattetippudest moodustuva suurima kliki tippude arv K on väiksem kui juhttippude jada Y_0, Y_1,..., Y_t elementide arv L (L= t+1).

Järeldus 8.1. Jooksvas harus formeeruv klikk tuleb suurem kui senini eraldatud suurim klikk (tippude arvuga S) ainult juhul, kui

$$L+C > S \geq K+C.$$

Teoreem 9. Kui mingi korduse X_t korral $K_t \geq L_t$, siis iga $X_{t+I} \subset X_t$ korral $K_t+C_t \geq L_{t+i}+C_{t+i}$.

Kuidas vähendada K-kliki formeerimises osalevate tippude arvu

Teoreem 12. Oletame, et X_t on korduv väljavôtt ja et oleme fikseerinud tema kattetipud {j}. Siis vôime enne K-kliki leidmist hulgast {j} elimineerida tipud, mille valentsus hulgal {j} FT(j)<L.

Teoreem 13. Olgu meil antud graaf G(V,E). Kui selles graafis suvalise korduva väljavôtu korral uutest kattetippudest sel kordusel ei formeeru klikke tippude arvuga T$\geq$2, siis L>K.

Järeldus 13.1. Kui $L_t = K_t + r$, $r \geq 1$, siis selleks, et $K_{t+1} \geq L_{t+1}$, on vajalik, et $T \geq r + 1$.

Kuidas hinnata eraldatava K-kliki potensiaali tulla K$\geq$L?

Teoreem 14. Olgu antud graaf G(V,E). Oletame, et oleme juhttipu Y_{t-1} alusel teinud väljavôtu $X_t \subset X_{t-1}$, kusjuures N_t+L_t>S. Kui nüüd väljavôtt X_t on kordus, siis formeeritav maksimaalne klikk vôib tulla suurem kui seni eraldatud suurim klikk graafis G ainult juhul, kui $K_t > L_t + S(X_t) - S$, kus $S(X_t) = \max_p S_p$, {p} on kattetippude hulk, millel on kôik maksimaalsed klikid väljastatud, S_p on suurima kliki tippude arv, milles osales tipp p.

Järeldus 14.1. (teoreem 14 + teoreem 13) Et for-meeritav maksimaalne klikk saaks tulla suurem kui seni eraldatud suurim, peab uute kattetip-pude korral

$T \geq r+S-S(X_t)+1.$

Järeldus 14.2. (teoreem 14 + teoreem 12) Enne K-kliki leidmist tohime elimineerida sellised katte-tipud, millede valentsus korduse X_{t+1} kattetippu-dele vastavas graafis on väiksem kui

$$K_t + r + S - S(X_t) + 1.$$

Järeldus 14.3. (teoreem 14 + teoreem 9) Formeeri-tav maksimaalne klikk, mille väljavôtu X_t korral $L \leq K+S-S(X_t)$, ei saa tulla suurem senisest suurimast.

Kuidas vältida juhttippude osalemist K-kliki leidmisel

Teoreem 15. K-kliki leidmisel ei pea tegema väljavôtte kattetippude alusel, mis kuuluvad jooks-vasse juhttippude jadasse.

Algoritmi keerukus

Teoreem 17. Moon-Moseri graafidel suurima kliki leidmise keerukus on < $O(N^2)$.

Suurima kliki leidmise algoritm

S1. Algväärtustamine. t:=0; KEELATUD:={}

S2. Kaalude arvutamine. Mine S6

S3. t:=t-1; $\{Y_i\}$ ja X_t tippude keelustamine.

Kui t=-1, mine LOPP

S4. Lävesageduskontroll (B_t)

S5. Kui $X_t=\emptyset$, mine S3

S6. Kliksuse kontroll

a) kui reegel "N-1", mine S7,

b) kui $|X_t| \neq 1$, mine S8.

S7. Väljasta uus suurim klikk. Korrigeeri läve-sagedusi. Mine S3

S8. Juhttipu valik, selle elimineerimine

S9. t=t+1; teha väljavõtt; kaalude arvutamine

S10. Tagasivõrdlus

S11. Lävesageduskontroll

S12. Kui $X_t=\emptyset$, mine S3

S13. Kas X_t on kordus? Kui pole, mine S6

S14. K-kliki leidmine. Kui $K \geq L$, mine S3

S15. Mine S6

LOPP